

# Η Απόσταση του Ήλιου I: Η Μέθοδος του Αρίσταρχου

(Ελεύθερη μετάφραση από το άρθρο [The Sun's Distance I: The Method of Aristarchus - Book chapter - IOPscience](#)) –

Ευάγγελος Βάρθης

ΕΚΦΕ Κέρκυρας

## Προεπισκόπηση

Ο αρχαίος Έλληνας αστρονόμος Αρίσταρχος χρησιμοποίησε τις παρατηρήσεις της Σελήνης για να συμπεράνει την απόσταση από τον Ήλιο. Αν και η μέτρηση του υποτίμησε πολύ την ηλιακή απόσταση, η μεθοδολογία του ήταν έγκυρη και αντιπροσωπεύει μια από τις πρώτες προσπάθειες εφαρμογής της γεωμετρίας για τις μετρήσεις στο ηλιακό σύστημα.

## 1.1 Η απόσταση του Αρίσταρχου για τον Ήλιο

Περίπου στο 250 π.Χ., ο Έλληνας αστρονόμος Αρίσταρχος συνέλαβε έναν τρόπο που θα μπορούσε να συμπεράνει την απόσταση του Ήλιου από μια συγκεκριμένη παρατήρηση της Σελήνης. Οραματίστηκε πώς πρέπει η Γη, η Σελήνη και ο Ήλιος είναι διατεταγμένα στο διάστημα, τη στιγμή που η Σελήνη εμφανίζεται ακριβώς ημιφωτισμένη - η φάση του πρώτου τετάρτου ή του τελευταίου τετάρτου - όπως απεικονίζεται στο Σχήμα 1.1. Εκείνη την εποχή, ο Αρίσταρχος σκέφτηκε ότι οι ακτίνες του Ήλιου χτυπούν τη Σελήνη κάθετα προς την κατεύθυνση της θέασής της από τη Γη. Δηλαδή, η Γη, η Σελήνη και ο Ήλιος μαζί σχηματίζουν ένα ορθογώνιο τρίγωνο, μία από τις γωνίες του οποίου είναι  $90^\circ$ , όπως στο σχήμα 1.2. Σε αυτό το σχήμα, το μικρό τετράγωνο δείχνει τη «ορθή» γωνία ή  $90^\circ$ ; η πλευρά με την ένδειξη  $r$  αντιπροσωπεύει την απόσταση από τη Γη στη Σελήνη; και η πλευρά με την ένδειξη  $d$  - η υποτείνουσα του τριγώνου - είναι η απόσταση μεταξύ της Γης και του Ήλιου. Μια παρόμοια διάταξη ορθογωνίου τριγώνου θα συμβεί αν κρατούσαμε μια φωτισμένη μπάλα στο μήκος του βραχίονα κατά μήκος μιας κατεύθυνσης κάθετης προς την κατεύθυνση του εισερχόμενου φωτός.

Η βασική τριγωνομετρία παρέχει τα μέσα για την εκτίμηση της απόστασης του Ήλιου. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, το συνημίτονο μιας γωνίας (συντομογραφία  $\cos$ ) ορίζεται ως το μήκος της πλευράς που βρίσκεται δίπλα στη γωνία διαιρούμενο με το μήκος της υποτείνουσας. Για το τρίγωνο Γης – Σελήνης – Ήλιου στο Σχήμα 1.2, αυτό σημαίνει ότι  $\cos(E) = r/d$ , όπου  $E$  είναι η γωνία μεταξύ της Σελήνης και του Ήλιου όπως φαίνεται από τη Γη. Για να οραματιστείτε τη γωνία  $E$ , φανταστείτε ότι στέκεστε έξω και απλώνοντας το δεξί σας χέρι προς τον Ήλιο και το αριστερό σας χέρι προς τη Σελήνη. η γωνία που σχηματίζεται από τα τεντωμένα χέρια σας είναι  $E$ .



Figure 1.1. Η Σελήνη στη φάση του πρώτου τετάρτου της. (Πίστωση: NASA/GSFC/USRA.)

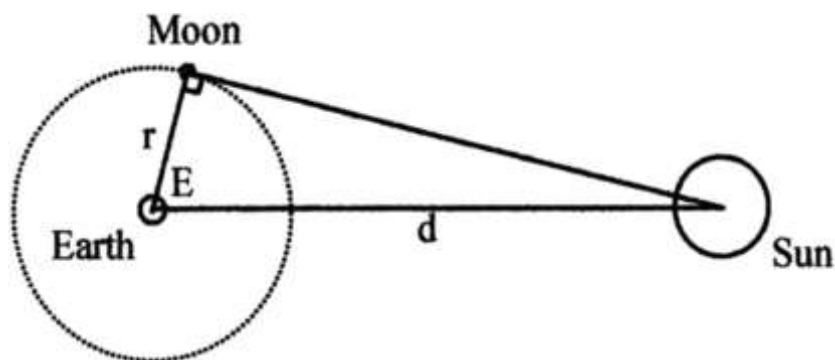


Figure 1.2. Ορθογώνια διαμόρφωση της Γης, της Σελήνης και του Ήλιου κατά τη φάση του πρώτου τετάρτου της Σελήνης.

Λίγη άλγεβρα κάνει την εξίσωση συνημιτόνου να μοιάζει με αυτό:

$$d = r / \cos(E) \quad (1.1)$$

Έχοντας ήδη καθορίσει την απόσταση  $r$  της Σελήνης, το μόνο που χρειαζόταν ο Αρίσταρχος για να βρει την απόσταση του Ήλιου ήταν να μετρήσει τη γωνία  $E$  κατά τη φάση του τετάρτου της Σελήνης. Ευκολότερο να το λες παρά να το κάνεις! Εάν το Σχήμα 1.1 σχεδιαζόταν σε πραγματική κλίμακα, με τον Ήλιο πολύ μακριά σε σύγκριση με τη Σελήνη -δηλαδή με  $d$  πολλές φορές μεγαλύτερο από  $r$ - η γωνία  $E$  θα ήταν πολύ κοντά, αν και όχι αρκετά, σε μια ορθή γωνία. (Στην πραγματικότητα, η τριγωνομετρία δεν είχε εφευρεθεί στην εποχή του Αρίσταρχου· χρησιμοποίησε ανάλογες γεωμετρικές μεθόδους για να ολοκληρώσει τη διαδικασία που περιγράφεται εδώ.)

1. Σύμφωνα με μια αρχαία πηγή, ο Αρίσταρχος υπολόγισε—μάντεψε;—ότι, κατά τη φάση του τετάρτου της Σελήνης, η γωνία  $E$  ήταν  $87^\circ$ . Χρησιμοποιήστε αυτήν την εκτίμηση στην Εξίσωση (1.1) για να προσδιορίσετε πόσες φορές πιο μακριά είναι ο Ήλιος από τη Σελήνη. Η απάντησή σας θα πρέπει να έχει τη μορφή  $d = n \times r$ , όπου  $n$  είναι ένας αριθμός. Προς το παρόν, αφήστε το  $r$  απροσδιόριστο. Είναι απλώς ένα σύμβολο που αντιπροσωπεύει την απόσταση της Σελήνης. Για παράδειγμα, αν η γωνία  $E$  ήταν  $30^\circ$ , τότε  $\cos(E) = 0,866$ ; Συνδέοντας αυτό στην Εξίσωση (1.1), η απόσταση του Ήλιου  $d$  ισούται με  $r/0,866$  ή  $1,15 \times r$ .
2. Η ηλιακή απόσταση  $d$  που προκύπτει από τη μέθοδο του Αρίσταρχου είναι εξαιρετικά ευαίσθητη στην τιμή της γωνίας  $E$ . Με άλλα λόγια, ακόμη και μια μικρή αλλαγή στη γωνία  $E$  προκαλεί μια ουσιαστική αλλαγή στην ηλιακή απόσταση  $d$ . Για παράδειγμα, υπολογίστε ξανά την ηλιακή απόσταση εάν ο Αρίσταρχος είχε υποθέσει μια γωνία  $E$  μόνο κατά μία μοίρα μεγαλύτερη, δηλαδή  $88^\circ$  αντί για  $87^\circ$ . Εκφράστε ξανά την απάντησή σας με τη μορφή  $d = n \times r$ .
3. Η σύγχρονη μέτρηση αποκαλύπτει ότι ο Αρίσταρχος ήταν πολύ μακριά στην εκτίμησή του για τη γωνία  $E$  (τόσο μακριά, στην πραγματικότητα, που υποπτευόμαστε ότι μόλις έβγαλε μια τιμή «από το καπέλο»). Η πραγματική τιμή του  $E$  είναι  $89,85^\circ$ . Υπολογίστε ξανά την ηλιακή απόσταση τώρα, πάλι με τη μορφή  $d = n \times r$ .

## 1.2 Η διάμετρος του Ήλιου

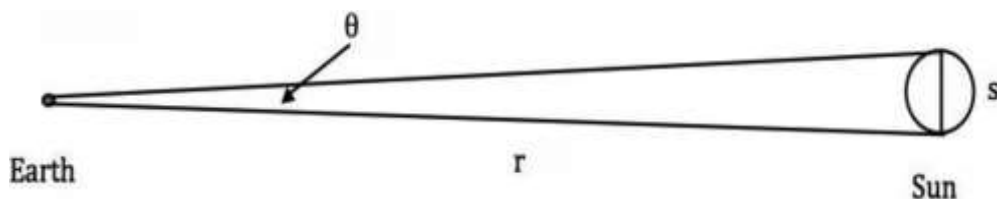
Μόλις γίνει γνωστή η απόσταση του Ήλιου, είναι εύκολο να βρεθεί η πραγματική διάμετρος του Ήλιου, σε μονάδες που θα ονομάσουμε «Διάμετροι Σελήνης», δηλαδή τον αριθμό των Φεγγαριών που θα ταίριαζαν στην όψη του Ήλιου. Κατά τη διάρκεια μιας ολικής έκλειψης ηλίου, η Σελήνη καλύπτει σχεδόν με ακρίβεια τον Ήλιο. Με άλλα λόγια, η Σελήνη και ο Ήλιος εμφανίζονται με την ίδια γωνιακή διάμετρο στον ουρανό. Ωστόσο, ο Ήλιος είναι πολύ πιο μακριά από τη Σελήνη. Επομένως, για να φαίνεται η ίδια διάμετρος με τη Σελήνη, ο Ήλιος πρέπει, στην πραγματικότητα, να είναι πολύ μεγαλύτερο σώμα από τη Σελήνη. Για παράδειγμα, εάν ο Ήλιος ήταν τρεις φορές πιο μακριά από τη Σελήνη, αλλά εμφανιζόταν στο ίδιο μέγεθος με τη Σελήνη στον ουρανό, συμπεραίνουμε ότι ο Ήλιος πρέπει να έχει πλάτος τρεις διαμέτρους Σελήνης. Ή γενικά, εάν ο Ήλιος είναι  $n$  φορές μακρύτερα από τη Σελήνη, αλλά φαίνονται στο ίδιο μέγεθος, ο Ήλιος πρέπει να έχει πλάτος  $n$  διαμέτρους Σελήνης.

4. (α) Χρησιμοποιώντας την τιμή σας για το  $n$  από το μέρος 1, γράψτε μια έκφραση για τη διάμετρο του Ήλιου σε μονάδες διαμέτρων Σελήνης, σύμφωνα με τον Αρίσταρχο. (β) Ο Αρίσταρχος συνέχισε να βρει τη διάμετρο του Ήλιου σε μονάδες που θα ονομάσουμε «Διάμετροι της Γης». Για να γίνει αυτό, εκτίμησε, από παρατηρήσεις έκλειψης Σελήνης, ότι η Σελήνη έχει πλάτος  $1/3$  όσο η Γη. Λαμβάνοντας υπόψη αυτές τις πληροφορίες και την απάντησή σας στο μέρος 4(α), γράψτε μια έκφραση για τη διάμετρο του Ήλιου σε μονάδες διαμέτρου της Γης, σύμφωνα με τον Αρίσταρχο.

## 1.3 Επανεξέταση της απόστασης του Ήλιου

Περίεργως, τα υπάρχοντα στοιχεία δείχνουν ότι ο Αρίσταρχος μπορεί να μην είχε πραγματοποιήσει το επόμενο λογικό βήμα: να βρει την απόσταση του Ήλιου σε μονάδες διαμέτρου της Γης. Με τέτοιες πληροφορίες, θα μπορούσε να είχε σχηματίσει ένα πραγματικό μοντέλο κλίμακας του συστήματος Ήλιου-Γης, με τον ίδιο τρόπο που μια σφαίρα

δείχνει μια μειωμένη έκδοση του πλανήτη μας. Η απόσταση του Ήλιου προκύπτει απαντώντας στην ακόλουθη ερώτηση: δεδομένου του πραγματικού πλάτους του Ήλιου,



Εικόνα 1.3. Βρίσκεται στην απόσταση  $r$ , η διάμετρος του Ήλιου  $s$  εκτείνεται σε μια γωνία  $\theta$  στον ουρανό.

εκφρασμένο σε διαμέτρους της γης στο μέρος 4(β), πόσες διαμέτρους της γης πρέπει να είναι μακριά για να φαίνεται τόσο μικρό όσο στον ουρανό - μόλις  $\frac{1}{2}$  (μισή) μοίρα;

Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημα, εφαρμόζουμε μια γεωμετρική σχέση που θα ονομάσουμε τύπο τομέα:

$$r = \frac{360}{2\pi} \times \frac{s}{\theta} = 57,3 \times \frac{s}{\theta} \quad (1,2)$$

όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.3. Εδώ το  $r$  είναι η απόσταση του Ήλιου, το  $s$  είναι η πραγματική διάμετρος του Ήλιου (εκφρασμένη σε διαμέτρους της Γης) και το ελληνικό γράμμα θήτα  $\theta$  είναι η φαινόμενη διάμετρος του Ήλιου στον ουρανό,  $\frac{1}{2}$  μοίρα. Για παράδειγμα, εάν ένα αντικείμενο έχει πλάτος 10 διαμέτρους Γης ( $s$ ) και εκτείνεται σε γωνία  $4^\circ$  στον ουρανό ( $\theta$ ), η απόστασή του ( $r$ ) είναι ισοδύναμη με περίπου 143 διαμέτρους γης.

5. Χρησιμοποιώντας τον τύπο τομέα Εξίσωση (1.2), με την απάντησή σας στο μέρος 4(β) για την εκτιμώμενη διάμετρο του Ήλιου, υπολογίστε την απόσταση του Ήλιου σε μονάδες διαμέτρων της Γης, σύμφωνα με τον Αρίσταρχο.

Οι σύγχρονες μετρήσεις αποκαλύπτουν ότι ο Αρίσταρχος έσφαλε σημαντικά στις εκτιμήσεις του για τη διάμετρο και την απόσταση του Ήλιου: ο Ήλιος έχει στην πραγματικότητα περισσότερες από 100 διαμέτρους της Γης και απέχει 11.000 διαμέτρους της Γης! Δεν υπάρχει τίποτα κακό με τη μέθοδο του Αρίσταρχου. ήταν απλώς αδύνατο να πραγματοποιηθεί αξιόπιστα στην εποχή του. Ωστόσο, η λανθασμένη ηλιακή απόσταση του Αρίσταρχου έγινε το de facto πρότυπο στον Μεσαίωνα. Για πρώτη φορά, κάποιος είχε υπολογίσει το μέγεθος και την απόσταση ενός ουράνιου σώματος χρησιμοποιώντας δεδομένα παρατήρησης που συγκεντρώθηκαν από τη Γη.