«Κενό» και «σωματίδια» στις σχετικιστικές κβαντικές θεωρίες: παράδοξες πτυχές

Αριστείδης Αραγεώργης
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Διάγραμμα

1. Προλεγόμενα: Στο επίκεντρο της μεταφυσικής
2. Κενό: Δεν είναι κάτι αλλά ούτε και τίποτα!
3. Σωματίδια: Βρίσκονται κάπου κάποτε;
4. Σχετικότητα ως προς τον παρατηρητή;
5. Επίλογος

1. Προλεγόμενα: Στο επίκεντρο της μεταφυσικής

Ο δε Λεύκιππος και ο εταίρος του, Δημόκριτος, ως στοιχεία εκλαμβάνουν το πλήρες και το κενό, ονομάζοντας το μεν ὂν *το δε* μὴ ὂν *… Γι' αυτό και λένε ότι το* ὂν *δεν υπάρχει περισσότερο από το* μὴ ὄν, *αφού το κενό δεν είναι λιγότερο υπαρκτό από το σώμα.*

Αριστοτέλης, *Μετά τα φυσικά* Α4, 985b4-9

… το κενό θα πρέπει αναγκαία, αν υπάρχει, να είναι τόπος που στερείται σώματος …

Αριστοτέλης, *Φυσικά* Δ7, 214a16-17

Το κενό ορίζεται με αναφορά στην έννοια του *χώρου* και την έννοια του *σώματος* (*ουσίας*) – δυο κεντρικές έννοιες της μεταφυσικής. Στη σύγχρονη φυσική, οι θεωρίες της σχετικότητας και οι κβαντικές θεωρίες πραγματεύονται, αντίστοιχα, την έννοια του χώρου (χωροχρόνου) και την έννοια του σώματος. Έτσι οι σχετικιστικές κβαντικές θεωρίες συγκροτούν το υπόβαθρο κάθε επιστημονικής μεταφυσικής του κενού.

… η κβαντική θεωρία πεδίων είναι ο σύγχρονος τόπος της μεταφυσικής έρευνας.

H. Stein, "On the notion of field in Newton, Maxwell, and beyond" (1970)

Να, λοιπόν, ένα έργο στη σύγχρονη μεταφυσική, στο οποίο οι έννοιες της ουσίας και του χώρου διαπλέκονται στην πλέον άυλη των μορφών, το υπόβαθρο και πλαίσιο της φυσικής μας εμπειρίας: το κενό …

S. Saunders & H. R. Brown (eds.), *The philosophy of vacuum* (1991)

► *Τι είναι μια σχετικιστική κβαντική θεωρία (πεδίων);*

Μια θεωρία για ένα κβαντικό σύστημα με *άπειρο* σύνολο βαθμών ελευθερίας πάνω σε ένα σχετικιστικό χωρόχρονο που επιβάλλει απαιτήσεις συναλλοίωτου, τοπικότητας, κ.λπ.

- Λαγκρανζιανός φορμαλισμός: $x \mapsto \varphi(x)$

  σημείο χωροχρόνου — τελεστής σε χώρο Hilbert

- Φορμαλισμός Wightman: $f \mapsto \varphi(f)$ (κατανομή)

  συνάρτηση πάνω στον χωρόχρονο — τελεστής σε χώρο Hilbert

- Αλγεβρικός φορμαλισμός: $O \mapsto \mathfrak{A}(O)$ (δίκτυο)

  περιοχή χωροχρόνου — τοπολογική άλγεβρα (C*-άλγεβρα, von Neumann άλγεβρα)

► *Τι είναι το κενό;*

Κβαντική κατάσταση που «περιέχει το ελάχιστο δυνατό». Στην ατομιστική παράδοση των κβαντικών θεωριών: κβαντική κατάσταση που δεν «περιέχει» *σωματίδια*.

Ποιο είναι το οντολογικό καθεστώς των σωματιδίων στις σχετικιστικές κβαντικές θεωρίες;

2. Κενό: Δεν είναι κάτι αλλά ούτε και τίποτα!

Σχετικιστική τοπική κβαντική θεωρία στον χωρόχρονο Minkowski

2.1. Μοντέλο

$$\left\langle M, \eta_{ab}, \mathcal{H}, O \mapsto \mathfrak{R}(O), P, U \right\rangle$$

όπου $M = \mathbb{R}^4$, $\eta_{\mu\nu} = diag(1,-1,-1,-1)$ σε καθολικές αδρανειακές συντεταγμένες, $\mathcal{H}$ μιγαδικός χώρος Hilbert, $O \mapsto \mathfrak{R}(O)$ απεικόνιση που αντιστοιχίζει σε κάθε φραγμένο ανοικτό υποσύνολο O του M μια άλγεβρα von Neumann $\mathfrak{R}(O)$ πάνω στον $\mathcal{H}$, P η (γνήσια ορθοχρονική) ομάδα Poincaré και U μια μοναδιαία αναπαράσταση της P στον $\mathcal{H}$.

► *Άλγεβρες von Neumann*

Έστω $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ το σύνολο των φραγμένων γραμμικών τελεστών πάνω στον $\mathcal{H}$. Ένα υποσύνολο S του $\mathcal{B}(\mathcal{H})$ λέγεται **-άλγεβρα* ανν περιέχει όλους τους γραμμικούς συνδυασμούς (με συντελεστές από το $\mathbb{C}$), γινόμενα και συζυγείς όλων των στοιχείων του. Με A^* συμβολίζουμε τον συζυγή του $A \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$. Μια *άλγεβρα von Neumann* στον $\mathcal{H}$ είναι μια ασθενώς κλειστή[1] *-άλγεβρα στον $\mathcal{H}$ που περιέχει τον ταυτοτικό τελεστή 1. Τα αυτοσυζυγή στοιχεία κάθε τοπικής $\mathfrak{R}(O)$ αναπαριστάνουν *τοπικά παρατηρήσιμα μεγέθη* για την περιοχή O του χωροχρόνου.

---

[1] $A_n \xrightarrow{w} A$ ανν για κάθε $\Phi, \Psi \in \mathcal{H}$, $\left\langle \Phi, A_n \Psi \right\rangle \longrightarrow \left\langle \Phi, A\Psi \right\rangle$.

► *Μεταθέτης*

Ο *μεταθέτης* S' ενός υποσυνόλου S του $B(\mathcal{H})$

$$S' \doteq \{A \in \mathcal{B}(\mathcal{H}) : [A,B] \doteq AB - BA = 0 \quad \forall B \in S\}.$$

► *Κυκλικό και διαχωρίζον διάνυσμα*

Έστω $\mathfrak{M}$ μια άλγεβρα von Neumann στον $\mathcal{H}$ και $\Psi \in \mathcal{H}$. Το Ψ λέγεται *κυκλικό* για την $\mathfrak{M}$ ανν το σύνολο $\mathfrak{M}\Psi \doteq \{A\Psi : A \in \mathfrak{M}\}$ είναι πυκνό στον $\mathcal{H}$. Το Ψ λέγεται *διαχωρίζον* για την $\mathfrak{M}$ ανν για κάθε $A \in \mathfrak{M}$, $A\Psi = 0 \Rightarrow A = 0$.

► *Αιτιακό συμπλήρωμα*

Το *αιτιακό συμπλήρωμα* O' μιας χωροχρονικής περιοχής O ορίζεται ως το εσωτερικό του συνόλου όλων των σημείων του χωροχρόνου που βρίσκονται σε χωροειδή απομάκρυνση από κάθε σημείο της O.

2.2. Αξιώματα Haag-Araki

I. *Ισοτονία*. Για κάθε ζεύγος φραγμένων ανοικτών περιοχών O_1 και O_2, $O_1 \subseteq O_2 \Rightarrow \mathfrak{R}(O_1) \subseteq \mathfrak{R}(O_2)$. Ορίζεται η άλγεβρα $\mathfrak{R}(Q)$ για κάθε περιοχή $Q \subseteq M$ και η *καθολική άλγεβρα* $\mathfrak{R} = \mathfrak{R}(M)$.

II. *Ασθενής Προσθετικότητα*. Για κάθε φραγμένη ανοικτή περιοχή O, τα προϊόντα μετατοπίσεων της $\mathfrak{R}(O)$ γεννούν την καθολική άλγεβρα $\mathfrak{R}$: η $\mathfrak{R}$ είναι η μικρότερη άλγεβρα von Neumann που περιέχει όλες τις άλγεβρες $\mathfrak{R}(O+a)$, $a \in \mathbb{R}^4$, όπου $O+a \doteq \left\{x+a \in \mathbb{R}^4 : x \in O\right\}$.

III. *Τοπικότητα*. Για κάθε ζεύγος φραγμένων ανοικτών περιοχών O_1 και O_2, $O_1 \subseteq O_2{}' \Rightarrow \mathfrak{R}(O_1) \subseteq \mathfrak{R}(O_2)'$.

IV. *Πρωταρχική Αιτιοκρατία*. Για κάθε καθολική χρονική «φέτα» $\Sigma_\varepsilon \doteq \left\{ x \in \mathbb{R}^4 : \left| x^0 \right| < \varepsilon \right\}$, $\varepsilon > 0$, όπου x^0 είναι κάποια χρονική συντεταγμένη Lorentz, $\mathfrak{R}(\Sigma_\varepsilon) = \mathfrak{R}$.

V. *Σχετικιστικό Συναλλοίωτο*. Ο χώρος Hilbert $\mathcal{H}$ επιδέχεται μια ισχυρώς συνεχή μοναδιαία αναπαράσταση $\{a,\Lambda\} \mapsto U(a,\Lambda)$ της P έτσι ώστε $U(a,\Lambda)\mathfrak{R}(O)U(a,\Lambda)^{-1} = \mathfrak{R}(\Lambda O + a)$ για κάθε φραγμένη ανοικτή περιοχή O.

VI. *Συνθήκη Φάσματος*. Το φάσμα του γεννήτορα P^{μ} των μετατοπίσεων στο χωρόχρονο, $\left\{U(a) \doteq U(a,I) = e^{iP^{\mu}a_{\mu}} : a \in \mathbb{R}^4\right\}$, κείται στον κλειστό εμπρόσθιο κώνο φωτός $\overline{V^+} \doteq \left\{ p \in \mathbb{R}^4 : p^{\mu} p_{\mu} \geq 0, p^0 \geq 0 \right\}$.

2.3. Το κενό

Θεωρούμε την καθολική άλγεβρα von Neumann $\mathfrak{R}$ και υποθέτουμε (α) ότι υπάρχει μια Poincaré αναλλοίωτη κατάσταση πάνω στην $\mathfrak{R}$ που αναπαριστάνεται από το κανονικοποιημένο διάνυσμα $\Omega \in \mathcal{H}$ και (β) ότι η $\mathfrak{R}$ είναι ανάγωγη – δηλαδή, ότι οι μόνοι κλειστοί υπόχωροι του $\mathcal{H}$ που παραμένουν αναλλοίωτοι κάτω από τη δράση της $\mathfrak{R}$ είναι οι $\{0\}$ και $\mathcal{H}$. Υπό αυτές τις συνθήκες, το διάνυσμα Ω είναι μοναδικό (μέχρι βαθμωτό πολλαπλασιασμό) και κυκλικό για την $\mathfrak{R}$.

Από φυσική άποψη, το Ω αναπαριστάνει την κατάσταση του κενού του κβαντικού συστήματος. Με αυτή την περιγραφή, το κενό ικανοποιεί την ακόλουθη συνέπεια του *θεωρήματος Reeh-Schlieder*.

ΘΕΩΡΗΜΑ $[RS-\Omega]$. *Το Ω είναι κυκλικό για κάθε τοπική άλγεβρα* $\mathfrak{R}(O)$ *και κυκλικό και διαχωρίζον για κάθε τοπική άλγεβρα* $\mathfrak{R}(O)$ *που σχετίζεται με περιοχή* O *της οποίας το αιτιακό συμπλήρωμα* O' *είναι μη κενό*.

2.4. Συνέπειες του [RS - Ω]

2.4.1. *Η «πληρότητα» του κενού*. Στην κατάσταση του κενού το σύστημα έχει μη μηδενική πιθανότητα να εκδηλώσει σε μέτρηση οποιαδήποτε τοπική ιδιότητα. Έστω O μια φραγμένη ανοικτή περιοχή και $P \in \mathfrak{R}(O)$ ο τελεστής προβολής που εκφράζει το ενδεχόμενο να εκδηλώσει το σύστημα σε μέτρηση μια δεδομένη ιδιότητα που σχετίζεται με την O. Η σχετική πιθανότητα είναι $p = \langle \Omega, P\Omega \rangle = \|P\Omega\|^2$, αφού $P = P^* = P^2$. Επομένως,

$$p = 0 \Rightarrow \|P\Omega\| = 0 \Rightarrow P\Omega = 0 \Rightarrow P = 0$$

Με modus tollens, $p \neq 0$ εφόσον $P \neq 0$!

2.4.2. *Ιδανική ανίχνευση σωματιδίων.* Ένας στατιστικά αξιόπιστος, τοπικός, ανιχνευτής σωματιδίων αναπαριστάνεται από ένα παρατηρήσιμο μέγεθος C που είναι τέτοιο ώστε:

(i) $C \neq 0$, αλλά η αναμενόμενη τιμή του C στο κενό είναι μηδέν, $\langle \Omega, C\Omega \rangle = 0$,

(ii) C είναι τοπικό μέγεθος: $C \in \mathfrak{R}(O)$ για κάποια περιοχή $O \subset M$ με $O' \neq \varnothing$, και

(iii) C είναι θετικός τελεστής: $C = B^* B$ για κάποιο $B \in \mathfrak{R}(O)$.

Το $[RS-\Omega]$ συνεπάγεται ότι οι (i), (ii) και (iii) συγκροτούν *ασυνεπές* σύνολο προτάσεων! Πράγματι:

$$\langle \Omega, C\Omega \rangle = 0 \Rightarrow \langle \Omega, B^*B\Omega \rangle = 0 \Rightarrow \|B\Omega\|^2 = 0 \Rightarrow B\Omega = 0.$$

Αλλά, χάρη στο $[RS-\Omega]$, η $B\Omega = 0$ συνεπάγεται την $B = 0$ και συνεπώς την $C = B^*B = 0$.

2.4.3. *Μη τοπικές ερωτήσεις*. Οι ερωτήσεις «Είναι το σύστημα στην κατάσταση του κενού;» και «Είναι το σύστημα σε μια κατάσταση σωματιδίων;» δεν μπορούν να απαντηθούν *τοπικά*. Έστω P_Ω και P_Ψ οι τελεστές προβολής πάνω στην κατάσταση του κενού Ω και σε μια αυθαίρετη κατάσταση σωματιδίων Ψ. Τότε για κάθε φραγμένη ανοικτή περιοχή O,

$$\left.\begin{array}{c} P_\Omega \in \Re(O) \Rightarrow (1-P_\Omega) \in \Re(O) \\ (1-P_\Omega)\Omega = \Omega - \Omega = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow P_\Omega = 1$$

και

$$\left.\begin{array}{c} \Psi \perp \Omega \Rightarrow P_\Psi \Omega = 0 \\ P_\Psi \in \Re(O) \end{array}\right\} \Rightarrow P_\Psi = 0.$$

Αλλά οι P_Ω και P_Ψ θα έπρεπε να ήταν μη τετριμμένοι τελεστές προβολής!

2.4.4. *Εντοπισμένες καταστάσεις*. Σύμφωνα με το $[RS-\Omega]$, μπορούμε να προσεγγίσουμε (στη νόρμα), όσο επιθυμούμε, *οποιαδήποτε* κατάσταση που παριστάνεται από ένα διάνυσμα του $\mathcal{H}$ επιδρώντας πάνω στο κενό με στοιχεία *οποιασδήποτε* τοπικής άλγεβρας $\mathfrak{R}(O)$. Αλλά, διαισθητικά, το αποτέλεσμα μιας διεργασίας στο κενό που επιτελείται εντός της O θα έπρεπε να παράγει μόνο καταστάσεις που είναι «πρακτικά μη διακρίσιμες» από το κενό ως προς μετρήσεις στο αιτιακό συμπλήρωμα της O («καταστάσεις εντοπισμένες στην O»)!

2.4.5. *Απομακρυσμένες συσχετίσεις*. Το $[RS-\Omega]$ συνεπάγεται ότι το κενό εκδηλώνει μεγιστικές συσχετίσεις μεταξύ ενδεχομένων που αφορούν χωροειδώς απομακρυσμένες περιοχές, οσοδήποτε απομακρυσμένες και αν είναι αυτές! Έστω O_1 και O_2 δυο χωροειδώς απομακρυσμένες περιοχές. Για κάθε $\varepsilon > 0$ και κάθε τελεστή προβολής $P_2 \in \mathfrak{R}(O_2)$ υπάρχει τελεστής προβολής $P_1 \in \mathfrak{R}(O_1)$ τέτοιος ώστε

$$\left\langle \Omega, P_1 P_2 \Omega \right\rangle > (1-\varepsilon)\left\langle \Omega, P_1 \Omega \right\rangle.$$

3. Σωματίδια: Βρίσκονται κάπου κάποτε;

… μολονότι δεν είναι θεώρημα, αποτελεί ευρέως διαδεδομένη πεποίθηση ότι είναι αδύνατον να εναρμονίσει κανείς την κβαντική μηχανική με τη σχετικότητα έξω από το πλαίσιο μιας κβαντικής θεωρίας πεδίων. Μια κβαντική θεωρία πεδίων είναι μια θεωρία στην οποία τα θεμελιώδη συστατικά είναι πεδία παρά σωματίδια• τα σωματίδια είναι μικρές δέσμες ενέργειας των πεδίων.

S. Weinberg, *Elementary particles and the laws of physics* (1987)

Ωστόσο, η *εμπειρία* (συμπεριλαμβανομένων των πειραμάτων που επικυρώνουν τις διαθέσιμες σχετικιστικές κβαντικές θεωρίες) είναι «σωματιδιακή». Ποια είναι τα «σωματιδιακά» χαρακτηριστικά αυτής της εμπειρίας;

Διακριτότητα & *Εντοπισιμότητα*

Κανένα από αυτά τα δυο χαρακτηριστικά δεν διασώζεται με «ευκολία» από τις σχετικιστικές κβαντικές θεωρίες (σε επίπεδο ή καμπυλωμένο χωρόχρονο)!

3.1. Σχετικιστική κβαντική θεωρία ενός σωματιδίου

$$\left\langle \mathcal{H}, \Delta \mapsto P_{\Delta}, a \mapsto U(a) \right\rangle$$

$\mathcal{H}$ χώρος Hilbert

Σ οικογένεια παράλληλων χωροειδών υπερεπιπέδων που καλύπτει τον χωρόχρονο Minkowski $\left\langle M, \eta_{ab} \right\rangle$

Δ ανοικτό φραγμένο υποσύνολο υπερεπιπέδου της Σ («χωρική περιοχή»)

$\Delta \mapsto P_{\Delta}$ απεικόνιση χωρικών περιοχών σε προβολικούς τελεστές

$a \mapsto U(a)$ ισχυρώς συνεχής αναπαράσταση της ομάδας μετατοπίσεων του χωροχρόνου Minkowski από μοναδιαίους τελεστές στον $\mathcal{H}$

$$\left\langle \Psi, P_{\Delta}\Psi \right\rangle = 1$$

ανν

η πιθανότητα να ανιχνευθεί το σωματίδιο εντός της Δ όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση $\Psi \in \mathcal{H}$ ισούται με 1.

Τέσσερα εύλογα αιτήματα για τη θεωρία …

(I) *Συναλλοίωτο υπό μετατοπίσεις*. Η στατιστική του πειράματος ανίχνευσης του σωματιδίου δεν μεταβάλλεται αν τόσο το σωματίδιο όσο και το πείραμα ανίχνευσης μετατοπιστούν κατά οποιοδήποτε διάνυσμα a στο χώρο. Για κάθε διάνυσμα a στον M και κάθε χωρική περιοχή Δ,

$$P_{\Delta+a} = U(a) P_{\Delta} U(-a),$$

όπου $\Delta + a$ είναι η περιοχή που προκύπτει με μετατόπιση της Δ κατά a (και, συνεπώς, $\langle U(a)\Psi, P_{\Delta+a} U(a)\Psi \rangle = \langle \Psi, P_{\Delta}\Psi \rangle$ για κάθε $\Psi \in \mathcal{H}$).

(II) *Ενέργεια φραγμένη κάτω*. Το σωματίδιο έχει μια κατάσταση ελάχιστης δυνατής ενέργειας (ως προς οποιοδήποτε αδρανειακό σύστημα αναφοράς). Για κάθε προσανατολισμένο προς το μέλλον μοναδιαίο χρονοειδές διάνυσμα a στον M, το φάσμα του μοναδικού αυτοσυζυγούς τελεστή $H(a)$ («χαμιλτονιανή») που είναι τέτοιος ώστε

$$U(ta) = \exp(-itH(a))$$

είναι φραγμένο κάτω – δηλαδή, υπάρχει πραγματικός αριθμός $k(a)$ τέτοιος ώστε για κάθε κανονικοποιημένο $\Psi \in \mathcal{H}$, να ισχύει

$$\langle \Psi, H(a)\Psi \rangle \geq k(a)$$

εφόσον $\Psi \in \mathrm{dom} H(a)$.

(III) *Εντοπισιμότητα.* Το σωματίδιο δεν είναι δυνατόν να εντοπιστεί σε δυο ξένες μεταξύ τους περιοχές του χώρου κατά την ίδια χρονική στιγμή. Αν Δ_1 και Δ_2 είναι ξένες μεταξύ τους χωρικές περιοχές σε ένα κοινό υπερεπίπεδο, τότε

$$P_{\Delta_1} P_{\Delta_2} = P_{\Delta_2} P_{\Delta_1} = 0.$$

(IV) *Τοπικότητα*. Η πιθανότητα να ανιχνευθεί το σωματίδιο σε μια περιοχή Δ_1 του χώρου είναι στατιστικώς ανεξάρτητη από το ενδεχόμενο πραγματοποίησης ενός πειράματος ανίχνευσης του σωματιδίου σε οποιαδήποτε χωροειδώς απομακρυσμένη περιοχή Δ_2. Αν Δ_1 και Δ_2 είναι δυο χωροειδώς απομακρυσμένες χωρικές περιοχές (όχι απαραίτητα στο ίδιο υπερεπίπεδο), τότε

$$\left[P_{\Delta_1}, P_{\Delta_2}\right] \doteq P_{\Delta_1} P_{\Delta_2} - P_{\Delta_2} P_{\Delta_1} = 0.$$

Ισοδύναμα, για κάθε $\Psi \in \mathcal{H}$ με $\|\Psi\| = 1$,

$$\left\langle \Psi, P_{\Delta_2} \Psi \right\rangle = \left\langle P_{\Delta_1} \Psi, P_{\Delta_2} P_{\Delta_1} \Psi \right\rangle + \left\langle (1 - P_{\Delta_1}) \Psi, P_{\Delta_2} (1 - P_{\Delta_1}) \Psi \right\rangle.$$

Όμως …

ΘΕΩΡΗΜΑ MALAMENT (1996). *Αν η δομή* $\langle \mathcal{H}, \Delta \mapsto P_\Delta, a \mapsto U(a) \rangle$ *ικανοποιεί τα αιτήματα (I), (II), (III) και (IV), τότε για κάθε χωρική περιοχή* Δ, $P_\Delta = 0$.

Σε *οποιαδήποτε* κατάσταση, η πιθανότητα ανίχνευσης του σωματιδίου σε *οποιαδήποτε* φραγμένη περιοχή του χώρου σε *οποιαδήποτε* χρονική στιγμή είναι μηδενική! Σύμφωνα με μια τέτοια θεωρία, το μόνο εντοπίσιμο αντικείμενο θα είναι ένα αντικείμενο *απεριόριστης έκτασης*!

Το θεώρημα Malament αφήνει ανοικτή τη δυνατότητα μιας σχετικιστικής κβαντικής θεωρίας *πολλών* εντοπίσιμων σωματιδίων γιατί:

- Η συνθήκη εντοπισιμότητας δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε περισσότερα από ένα σωματίδια.
- Απομένει η δυνατότητα ύπαρξης πολλών εντοπίσιμων σωματιδίων τα οποία υπακούουν σε μια «απαγορευτική αρχή» που αποκλείει να βρίσκονται *όλα* σε μια φραγμένη περιοχή του χωροχρόνου.

3.2. Σχετικιστική κβαντική θεωρία πολλών σωματιδίων

$$\left\langle \mathcal{H}, \Delta \mapsto N_\Delta, a \mapsto U(a) \right\rangle$$

όπως παραπάνω αλλά με $\Delta \mapsto N_\Delta$ απεικόνιση χωρικών περιοχών σε τελεστές αριθμού σωματιδίων με ιδιοτιμές 0, 1, 2, 3, …

Πέντε εύλογα αιτήματα για τη θεωρία ...

(A) *Συναλλοίωτο υπό μετατοπίσεις*

(B) *Ενέργεια φραγμένη κάτω*

(Γ) *Προσθετικότητα*. Αν Δ_1 και Δ_2 είναι ξένες μεταξύ τους χωρικές περιοχές σε ένα κοινό υπερεπίπεδο, τότε

$$N_{\Delta_1} + N_{\Delta_2} = N_{\Delta_1 \cup \Delta_2} \ .$$

Δηλαδή, σε κάθε κβαντική κατάσταση, η αναμενόμενη τιμή του αριθμού σωματιδίων στην $\Delta_1 \cup \Delta_2$ ισούται με το άθροισμα των αναμενόμενων τιμών αριθμών σωματιδίων στις Δ_1 και Δ_2.

(Δ) *Τοπικότητα*. Αν Δ_1 και Δ_2 είναι δυο χωροειδώς απομακρυσμένες χωρικές περιοχές (όχι απαραίτητα στο ίδιο υπερεπίπεδο), τότε

$$\left[N_{\Delta_1}, N_{\Delta_2} \right] \doteq N_{\Delta_1} N_{\Delta_2} - N_{\Delta_2} N_{\Delta_1} = 0.$$

(Ε) *Διατήρηση αριθμού σωματιδίων*. Αν $\{\Delta_n : n \in \mathbb{N}\}$ είναι μια κάλυψη με ανά δυο ξένες μεταξύ τους χωρικές περιοχές ενός υπερεπιπέδου Π ($\bigcup_n \Delta_n = \Pi$ και $\Delta_n \cap \Delta_m = \varnothing$ για $n \neq m$), τότε το άθροισμα $\sum_n N_{\Delta_n}$ συγκλίνει σε ένα πυκνά ορισμένο αυτοσυζυγή τελεστή N πάνω στον $\mathcal{H}$ (ανεξάρτητο της επιλογής κάλυψης) που ικανοποιεί την ταυτότητα $U(a)NU(a)^* = N$ για κάθε χρονοειδή μετατόπιση στον χωρόχρονο Minkowski. Με απλά λόγια, απαιτούμε να υπάρχει, για κάθε υπερεπίπεδο, ένας καλά ορισμένος τελεστής ολικού αριθμού σωματιδίων με αμετάβλητη ως προς τον χρόνο αναμενόμενη τιμή σε κάθε κατάσταση.

Και …

ΘΕΩΡΗΜΑ CLIFTON–HALVORSON (2002). *Αν η δομή* $\langle \mathcal{H}, \Delta \mapsto N_\Delta, a \mapsto U(a) \rangle$ *ικανοποιεί τα αιτήματα (Α)-(Ε), τότε για κάθε χωρική περιοχή* $\Delta,\ N_\Delta = 0$.

Σε *οποιαδήποτε* κατάσταση, ο αριθμός των σωματιδίων που είναι εντοπισμένα (ή θα βρεθούν μετά από μέτρηση να είναι εντοπισμένα) σε *οποιαδήποτε* φραγμένη περιοχή του χώρου σε *οποιαδήποτε* χρονική στιγμή είναι *μηδέν!*

Όμως η εμπειρία μας δείχνει ότι τα σωματίδια βρίσκονται σε φραγμένες περιοχές του χώρου σε ορισμένες χρονικές στιγμές. Επομένως *ή* (1) κάποιες από τις υποθέσεις των θεωρημάτων Malament και Clifton–Halvorson είναι ψευδείς *ή* (2) η εμπειρία μας είναι ψευδαίσθηση.[2]

Σωματιδιακή φαινομενολογία χωρίς σωματιδιακή οντολογία!

---

[2] Π.χ., κανένα αντικείμενο δεν είναι *αυστηρά* εντοπισμένο σε οποιαδήποτε φραγμένη περιοχή του χωροχρόνου. Απλώς κάποια αντικείμενα είναι «αρκετά» εντοπισμένα σε τέτοιες περιοχές ώστε να δίνουν την εντύπωση πως είναι αυστηρά εντοπισμένα.

Μήπως οι δυσκολίες οφείλονται στο ότι δεν λαμβάνονται υπόψη αλληλεπιδράσεις ή η καμπύλωση του χωροχρόνου; Ίσως, αλλά

- Έχουν αποδειχθεί γενικεύσεις των θεωρημάτων Malament και Clifton–Halvorson για μη επίπεδους χωροχρόνους που ικανοποιούν κάποιες πρόσθετες συνθήκες (π.χ., καθολική υπερβολικότητα).
- Η παρουσία κβαντικών αλληλεπιδράσεων και καμπυλωμένου χωροχρονικού υποβάθρου μάλλον περιπλέκει τα προβλήματα παρά τα απλοποιεί (π.χ., μη μοναδιαία δυναμική εξέλιξη, απουσία μοναδικού εγγενούς ορισμού αναπαράστασης της άλγεβρας των παρατηρήσιμων μεγεθών σε χώρο Hilbert, κ.ά.).

4. Σχετικότητα ως προς τον παρατηρητή;

Πρόβλημα μη μοναδικότητας Fulling (1973). Η συνήθης μέθοδος κβάντωσης ενός πεδίου Klein-Gordon σε ένα καθολικά υπερβολικό στατικό χωρόχρονο[3] οδηγεί σε μη μοναδιαία ισοδύναμες αναπαραστάσεις Fock ανάλογα με το ποιο από δυο συστήματα συντεταγμένων, καθένα από τα οποία είναι προσαρμοσμένο σε ένα στατικό σύστημα αναφοράς, χρησιμοποιείται για την κάλυψη μιας περιοχής του χωροχρόνου.

---

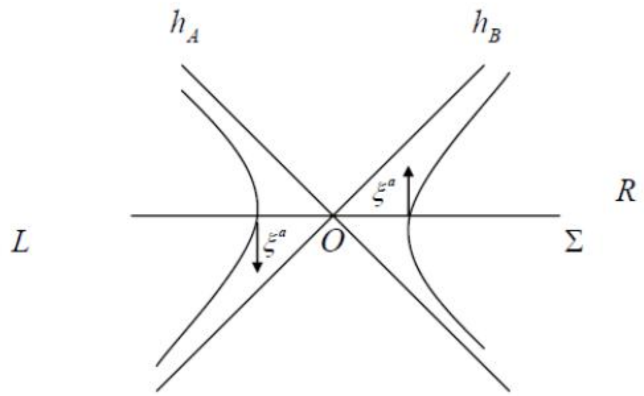
[3] Χωρόχρονος που επιδέχεται ένα παντού χρονοειδές διανυσματικό πεδίο Killing (γεννά ισομετρίες) και μια οικογένεια χωροειδών υπερεπιφανειών Cauchy παντού ορθογώνιων στο διανυσματικό πεδίο Killing.

Πηγή του προβλήματος. Σε ένα καθολικά υπερβολικό στατικό χωρόχρονο το χρονοειδές διανυσματικό πεδίο Killing προσδιορίζει την χρονική μεταβλητή ως προς την οποία οι μιγαδικές λύσεις της εξίσωσης Klein-Gordon διαχωρίζονται σε λύσεις θετικής / αρνητικής συχνότητας με τις πρώτες να συγκροτούν, εφοδιασμένες με κατάλληλο εσωτερικό γινόμενο, τον χώρο Hilbert $\mathcal{H}$ από τον οποίο κατασκευάζεται ο χώρος Fock

$$\mathcal{F}(\mathcal{H}) \doteq \mathbb{C} \oplus \mathcal{H} \oplus \left(\mathcal{H} \otimes_S \mathcal{H}\right) \oplus \ldots$$

Κι αν μια περιοχή του χωροχρόνου επιδέχεται δυο χρονοειδή διανυσματικά πεδία Killing;

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ. Θεωρούμε τον χωρόχρονο Minkowski με καθολικές αδρανειακές συντεταγμένες $\{t, x, y, z\}$ και τη σφηνοειδή περιοχή R που ορίζεται από την $x > |t|$ («χωρόχρονος Rindler»). Στην R, το διανυσματικό πεδίο Killing $\xi^a = \kappa[x(\partial/\partial t)^a + t(\partial/\partial x)^a]$, $\kappa > 0$, είναι χρονοειδές, προσανατολισμένο προς το μέλλον και ορίζει ένα ομαλά επιταχυνόμενο σύστημα αναφοράς.



Η συνήθης κβάντωση του πεδίου Klein-Gordon ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς που ορίζεται από το $X^a = (\partial/\partial t)^a$ οδηγεί σε αναπαράσταση Fock («αναπαράσταση Minkowski») που δεν είναι μοναδιαία ισοδύναμη με την αναπαράσταση Fock ως προς το ομαλά επιταχυνόμενο σύστημα αναφοράς που ορίζεται από το ξ^a στην R («αναπαράσταση Rindler»). Το κενό Minkowski εμφανίζεται να περιέχει σωματίδια Rindler, οι καταστάσεις με ένα σωματίδιο Minkowski δεν φαίνονται ως καταστάσεις με ένα σωματίδιο Rindler, κ.ο.κ.

Ακόμη χειρότερα, η αναμενόμενη τιμή του τελεστή αριθμού σωματιδίων Rindler στην κβαντική κατάσταση του κενού Minkowski φαίνεται να απειρίζεται!

Φαινόμενο Unruh (1976). Ο περιορισμός του κενού Minkowski στην R είναι κατάσταση θερμικής ισορροπίας μη μηδενικής θερμοκρασίας ως προς τη χρονική εξέλιξη που προσδιορίζει το ξ^a.

Θα μπορούσες να ψήσεις την μπριζόλα σου επιταχύνοντάς την (εάν το μικρό πρόβλημα ότι μια θερμοκρασία 300^{o}C απαιτεί μια επιτάχυνση περί τα 10^{24} cm/sec^2 *δεν έκανε αυτή την τεχνική λίγο μη πρακτική).*

W. G. Unruh, "Particles and fields" (1990)

Ποια από τις δυο αναπαραστάσεις Fock πρέπει να προτιμηθεί για την περιγραφή του κβαντικού πεδίου στην R; Έχουν φυσική υπόσταση τα κβάντα Rindler ή είναι απλώς τεχνήματα του φορμαλισμού; Είναι οι έννοιες «κενό» και «σωματίδιο» σχετικές ως προς το σύστημα αναφοράς, τον παρατηρητή κ.λπ.;

Υπάρχουν κβαντικές καταστάσεις και ανιχνευτές σωματιδίων. Η κβαντική θεωρία πεδίων μάς επιτρέπει να προβλέψουμε πιθανοκρατικά την απόκριση ενός συγκεκριμένου ανιχνευτή σε μια συγκεκριμένη κατάσταση. Αυτό είναι όλο. Αυτό είναι όλο που θα μπορούσε ποτέ να υπάρξει στη φυσική, γιατί το αντικείμενο της φυσικής είναι οι παρατηρήσεις και οι μετρήσεις που μπορούμε να κάνουμε στον κόσμο…. Αυτό που εννοούμε με τον όρο «σωματίδιο» δεν μπορεί να εκφραστεί εύλογα χωρίς αναφορά σε κάποιο ανιχνευτή. Το μόνο που μπορούμε να προβλέψουμε και να συζητήσουμε (όσον αφορά τον φυσικό κόσμο) είναι εμπειρίες ανιχνευτών…. Δεν είναι αναγκαίο (και διατείνομαι ότι στερείται νοήματος) να θεωρούμε το σωματίδιο ως πραγματική οντότητα που περνά από μια μετρητική διάταξη σε άλλη.

P. C. W. Davies, "Particles do not exist" (1984)

Το φαινόμενο … μπορεί να φανεί παράδοξο σε εκείνους τους αναγνώστες που έχουν συνηθίσει να σκέφτονται ότι η κβαντική θεωρία πεδίων είναι, ουσιαστικά, μια θεωρία «σωματιδίων», και ότι η έννοια του σωματιδίου έχει αντικειμενική υπόσταση. Πώς είναι δυνατόν ένας επιταχυνόμενος παρατηρητής να ισχυριστεί την παρουσία «σωματιδίων» στην [περιοχή Rindler R] όταν κάθε αδρανειακός παρατηρητής θα ισχυριζόταν ότι, «στην πραγματικότητα», όλος ο χωρόχρονος Minkowski είναι κενός σωματιδίων; Ποιος από τους δυο παρατηρητές είναι «σωστός» στους ισχυρισμούς του; Η απάντηση, φυσικά, είναι ότι και οι δυο είναι σωστοί. Απλώς τυχαίνει να διαφέρει ο ορισμός του «σωματιδίου» που είναι φυσιολογικός για επιταχυνόμενους παρατηρητές (και βολικός για την περιγραφή της συμπεριφοράς «ανιχνευτών σωματιδίων» που είναι «χρονικά *αναλλοίωτοι» ως προς [ξ^a]) από εκείνον που είναι φυσιολογικός για αδρανειακούς παρατηρητές (και βολικός για την περιγραφή της συμπεριφοράς «ανιχνευτών σωματιδίων» που είναι αναλλοίωτοι ως προς τις συνήθεις χρονικές μετατοπίσεις). Κανένα παράδοξο δεν αναδύεται όταν η κβαντική θεωρία πεδίων θεωρείται ως, θεμελιωδώς, μια θεωρία τοπικών πεδιακών παρατηρήσιμων μεγεθών, με την έννοια του «σωματιδίου» να εισάγεται ως εύχρηστο εργαλείο για τον χαρακτηρισμό των καταστάσεων σε ορισμένες περιπτώσεις.*

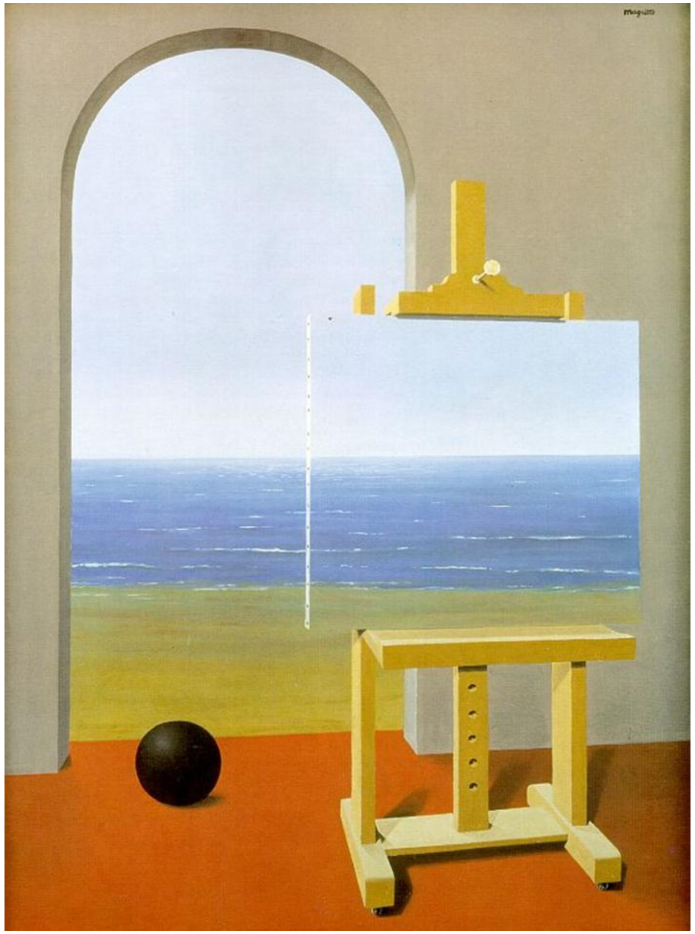
R. M. Wald, *Quantum field theory in curved spacetime and black hole thermodynamics* (1994)

5. Επίλογος

… ούτε η φιλοσοφία από μόνη της ούτε η φυσική από μόνη της είναι σε θέση να σκιαγραφήσει μια συνεκτική εικόνα της γενικής δομής του φυσικού κόσμου που να συμπεριλαμβάνει όλη τη διαθέσιμη σήμερα συναφή γνώση. Αυτό δεν σημαίνει ότι η φυσική και η φιλοσοφία δεν θα μπορούσαν να αναπτυχθούν χωρίς να λαμβάνουν υπόψη η μια την άλλη. Το μόνο που σημαίνει είναι ότι η απόκτηση μιας ολοκληρωμένης ιδέας του φυσικού κόσμου απαιτεί κάποια συνεργασία μεταξύ φυσικής και φιλοσοφίας. Υπάρχουν νόμιμες ερωτήσεις για τη φύση που συνήθως δεν βρίσκονται στο επίκεντρο των φυσικών επιστημών.

M. Kuhlmann, H. Lyre & A. Wayne (eds.), *Ontological aspects of quantum field theory* (2002)

Ευχαριστώ!



Βιβλιογραφικές Αναφορές

Araki H. ([1993] 1999). *Mathematical Theory of Quantum Fields*. Oxford: Oxford University Press.

Clifton, R. and Halvorson, H. (2002). "No Place for Particles in Relativistic Quantum Theories?" στο M. Kuhlmann, H. Lyre, and A. Wayne (eds.), *Ontological Aspects of Quantum Field Theory*. New Jersey: World Scientific, σσ. 181-213.

Davies, P. C. W. (1984). "Particles do not Exist" στο S. M. Christensen (ed.), *Quantum Theory of Gravity*. Bristol: Adam Hilger Ltd, σσ. 66-77.

Fulling, S. A. (1973). "Nonuniqueness of Canonical Field Quantization in Riemannian Space-Time", *Physical Review D* **7**: 2850-2862.

Haag, R. (1992). *Local Quantum Physics*. Berlin: Springer-Verlag.

Horuzhy, S. S. ([1986] 1990). *Introduction to Algebraic Quantum Field Theory*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Kuhlmann, M., Lyre, H., and Wayne, A. (eds.) (2002). *Ontological Aspects of Quantum Field Theory*. New Jersey: World Scientific.

Malament, D. (1996). "In Defense of Dogma: Why there cannot be a relativistic quantum mechanics of (localizable) particles" στο R. Clifton (ed.), *Perspectives on Quantum Reality*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1-10.

Redhead, M. (1995). "More Ado about Nothing", *Foundations of Physics* **25** (1): 123-137

Saunders, S. and Brown, H. R. (eds.) (1991). *The Philosophy of Vacuum*. Oxford: Clarendon Press

Stein, H. (1970). “On the Notion of Field in Newton, Maxwell, and Beyond” στο R. H. Stuewer (ed.), *Historical and Philosophical Perspectives of Science*. Minnesota Studies in the Philosophy of Science, vol. 5. Minneapolis: University of Minnesota Press, σσ. 264-310.

Summers, S. J. (2011): “Yet more ado about Nothing: The remarkable relativistic vacuum state” στο H. Halvorson (ed.), *Deep Beauty: Understanding the Quantum World through Mathematical Innovation.* Cambridge: Cambridge University Press, σσ. 317-341.

Unruh, W. G. (1976). “Notes on Black-Hole Evaporation”, *Physical Review D* **14**: 870-892.

Unruh, W. G. (1990). “Particles and Fields” στο J. Audretsch and V. de Sabbata (eds.), *Quantum Mechanics in Curved Space-Time*. New York: Plenum Press, σσ. 89-110.

Wald, R. M. (1994). *Quantum Field Theory in Curved Spacetime and Black Hole Thermodynamics*. Chicago: The University of Chicago Press.

Weinberg, S. (1987). *Elementary Particles and the Laws of Physics. The 1986 Dirac Memorial Lectures*. Cambridge: Cambridge University Press.