Σχετικότητα, Μαύρες Τρύπες και ελαστικός Χρόνος

Γεώργιος Κουτσούμπας

ΕΜΠ

Κέρκυρα, Σεπτέμβρης 2014

19 Αυγούστου 2014

Είπαν για το Χρόνο:

Δεν δίνω ορισμούς για τον Χρόνο, τον Χώρο και την Κίνηση, γιατί αυτά είναι γνωστά σε όλους.

Sir Isaac Newton (1642-1727)

Τίποτα δεν με προβληματίζει περισσότερο από τον Χώρο και τον Χρόνο. Παρ' όλ' αυτά, τίποτα δεν με απασχολεί λιγότερο, γιατί ποτέ δεν τα σκέφτομαι!

Charles Lamb (1775-1834)

Ο Κόσμος δε δημιουργήθηκε σε κάποια στιγμή του Χρόνου, αλλά *μαζί* με τον Χρόνο. Δεν υπήρχε Χρόνος πριν τη Δημιουργία του Κόσμου.

Ιερός Αυγουστίνος (354-430)

Ή αυτός πέθανε ή το ρολόι μου σταμάτησε.

G.Marx (1890-1977)

Είπαν για το Χρόνο:

Δεν δίνω ορισμούς για τον Χρόνο, τον Χώρο και την Κίνηση, γιατί αυτά είναι γνωστά σε όλους.

Sir Isaac Newton (1642-1727)

Τίποτα δεν με προβληματίζει περισσότερο από τον Χώρο και τον Χρόνο. Παρ' όλ' αυτά, τίποτα δεν με απασχολεί λιγότερο, γιατί ποτέ δεν τα σκέφτομαι!

Charles Lamb (1775-1834)

Ο Κόσμος δε δημιουργήθηκε σε κάποια στιγμή του Χρόνου, αλλά *μαζί* με τον Χρόνο. Δεν υπήρχε Χρόνος πριν τη Δημιουργία του Κόσμου.

Ιερός Αυγουστίνος (354-430)

Ή αυτός πέθανε ή το ρολόι μου σταμάτησε.

G.Marx (1890-1977)

Είπαν για το Χρόνο:

Δεν δίνω ορισμούς για τον Χρόνο, τον Χώρο και την Κίνηση, γιατί αυτά είναι γνωστά σε όλους.

Sir Isaac Newton (1642-1727)

Τίποτα δεν με προβληματίζει περισσότερο από τον Χώρο και τον Χρόνο. Παρ′ όλ′ αυτά, τίποτα δεν με απασχολεί λιγότερο, γιατί ποτέ δεν τα σκέφτομαι!

Charles Lamb (1775-1834)

Ο Κόσμος δε δημιουργήθηκε σε κάποια στιγμή του Χρόνου, αλλά *μαζί* με τον Χρόνο. Δεν υπήρχε Χρόνος πριν τη Δημιουργία του Κόσμου.

Ιερός Αυγουστίνος (354-430)

Ή αυτός πέθανε ή το ρολόι μου σταμάτησε.

G.Marx (1890-1977)

Είπαν για το Χρόνο:

Δεν δίνω ορισμούς για τον Χρόνο, τον Χώρο και την Κίνηση, γιατί αυτά είναι γνωστά σε όλους.

Sir Isaac Newton (1642-1727)

Τίποτα δεν με προβληματίζει περισσότερο από τον Χώρο και τον Χρόνο. Παρ' όλ' αυτά, τίποτα δεν με απασχολεί λιγότερο, γιατί ποτέ δεν τα σκέφτομαι!

Charles Lamb (1775-1834)

Ο Κόσμος δε δημιουργήθηκε σε κάποια στιγμή του Χρόνου, αλλά *μαζί* με τον Χρόνο. Δεν υπήρχε Χρόνος πριν τη Δημιουργία του Κόσμου.

Ιερός Αυγουστίνος (354-430)

Ή αυτός πέθανε ή το ρολόι μου σταμάτησε.

G.Marx (1890-1977)

Είπαν για το Χρόνο:

Δεν δίνω ορισμούς για τον Χρόνο, τον Χώρο και την Κίνηση, γιατί αυτά είναι γνωστά σε όλους.

Sir Isaac Newton (1642-1727)

Τίποτα δεν με προβληματίζει περισσότερο από τον Χώρο και τον Χρόνο. Παρ' όλ' αυτά, τίποτα δεν με απασχολεί λιγότερο, γιατί ποτέ δεν τα σκέφτομαι!

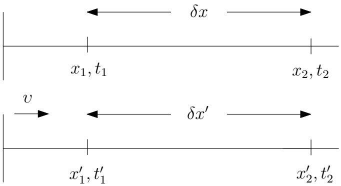
Charles Lamb (1775-1834)

Ο Κόσμος δε δημιουργήθηκε σε κάποια στιγμή του Χρόνου, αλλά *μαζί* με τον Χρόνο. Δεν υπήρχε Χρόνος πριν τη Δημιουργία του Κόσμου.

Ιερός Αυγουστίνος (354-430)

Ή αυτός πέθανε ή το ρολόϊ μου σταμάτησε.

G.Marx (1890-1977)



$$\delta t = t_2 - t_1, \quad \delta x = x_2 - x_1, \quad \frac{\delta x}{\delta t} = c$$

Είναι, βέβαια, η γνωστή ταχύτητα του φωτός, c.

$$\frac{\delta x'}{\delta t'} = c - v;$$

Αυτό πίστευαν όλοι (με κυρίαρχες μορφές τον *Γαλιλαίο* και τον *Νεύτωνα*) μέχρι το τέλος του δέκατου ένατου αιώνα.

Τότε το πείραμα των *Michelson* και *Morley* έδειξε ότι η ταχύτητα που θα μετρήσει και ο δεύτερος παρατηρητής (και οποιοσδήποτε άλλος) θα είναι *και πάλι* ίση με c (!)

Δηλαδή

$$\frac{(\delta x)^2}{(\delta t)^2} = c^2$$

ανεξάρτητα από τον παρατηρητή. Η παράσταση $c^2(\delta t)^2 - (\delta x)^2$ θα μηδενίζεται πάντα για φωτεινές δέσμες.

Γενικότερα η βάση της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας είναι ότι η έκφραση

$$c^2(\delta t)^2 - (\delta x)^2$$

είναι ανεξάρτητη από τον παρατηρητή, δηλαδή είναι *αναλλοίωτη*. Ειδικά για φωτεινές δέσμες παίρνει την (αναλλοίωτη) τιμή μηδέν.

Τότε το πείραμα των *Michelson* και *Morley* έδειξε ότι η ταχύτητα που θα μετρήσει και ο δεύτερος παρατηρητής (και οποιοσδήποτε άλλος) θα είναι *και πάλι* ίση με c (!)

Δηλαδή

$$\frac{(\delta x)^2}{(\delta t)^2} = c^2$$

ανεξάρτητα από τον παρατηρητή. Η παράσταση $c^2(\delta t)^2 - (\delta x)^2$ θα μηδενίζεται πάντα για φωτεινές δέσμες.

Γενικότερα η βάση της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας είναι ότι η έκφραση

$$c^2(\delta t)^2 - (\delta x)^2$$

είναι ανεξάρτητη από τον παρατηρητή, δηλαδή είναι *αναλλοίωτη*. Ειδικά για φωτεινές δέσμες παίρνει την (αναλλοίωτη) τιμή μηδέν.

Παρατηρητής Α: επιστήμονας σε μια διαστημική βάση στη γη καταγράφει την εκτόξευση ενός διαστημοπλοίου $(t_{A_1},\ x_{A_1})$ και την άφιξη του στον προορισμό του, $(t_{A_2},\ x_{A_2})$.

Συμβολισμός:

$$\delta x_A = x_{A_2} - x_{A_1}, \quad \delta t_A = t_{A_2} - t_{A_1}$$

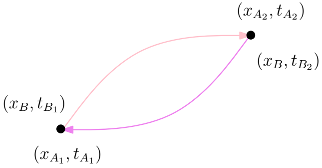
Φυσικά, η ταχύτητα του διαστημοπλοίου θα είναι:

$$v = \frac{\delta x_A}{\delta t_A}.$$

Η χαρακτηριστική ποσότητα

$$c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2$$

θα είναι η ίδια, *όποιος* παρατηρητής και αν την υπολογίσει.



Παρατηρητής Β: αστροναύτης μέσα στο διαστημόπλοιο, οπότε τα δύο γεγονότα, της αναχώρησης $(t_{B_1},\ x_{B_1})$ και της άφιξης $(t_{B_2},\ x_{B_2})$. θα έχουν χωρικές συντεταγμένες $x_{B_1} = x_{B_2} \equiv x_B$, οπότε

$$\delta x_B = x_{B_2} - x_{B_1} = 0.$$

Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στα δύο γεγονότα που συμβαίνουν στο ίδιο σημείο λέγεται ιδιόχρονος:

$$\delta t_B \equiv \delta\tau.$$

Ξέρουμε, όμως, ότι θα ισχύει η ισότητα:

$$c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2 = c^2(\delta t_B)^2 - (\delta x_B)^2 = c^2(\delta\tau)^2,$$

οπότε, λύνοντας:

$$\delta t_A = \sqrt{(\delta\tau)^2 + \frac{(\delta x_A)^2}{c^2}} > \delta\tau.$$

Δηλαδή ο ιδιόχρονος είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο γεγονότων.

ΑΡΑ Ο ΑΣΤΡΟΝΑΥΤΗΣ ΘΑ ΓΕΡΑΣΕΙ ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΑΠ΄ Ο,ΤΙ ΤΟ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟ ΣΤΗ ΓΗ!

Παρατηρητής Β: αστροναύτης μέσα στο διαστημόπλοιο, οπότε τα δύο γεγονότα, της αναχώρησης $(t_{B_1},\ x_{B_1})$ και της άφιξης $(t_{B_2},\ x_{B_2})$. θα έχουν χωρικές συντεταγμένες $x_{B_1} = x_{B_2} \equiv x_B$, οπότε

$$\delta x_B = x_{B_2} - x_{B_1} = 0.$$

Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στα δύο γεγονότα που συμβαίνουν στο ίδιο σημείο λέγεται ιδιόχρονος:

$$\delta t_B \equiv \delta \tau.$$

Ξέρουμε, όμως, ότι θα ισχύει η ισότητα:

$$c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2 = c^2(\delta t_B)^2 - (\delta x_B)^2 = c^2(\delta \tau)^2,$$

οπότε, λύνοντας:

$$\delta t_A = \sqrt{(\delta \tau)^2 + \frac{(\delta x_A)^2}{c^2}} > \delta \tau.$$

Δηλαδή ο ιδιόχρονος είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο γεγονότων.

ΑΡΑ Ο ΑΣΤΡΟΝΑΥΤΗΣ ΘΑ ΓΕΡΑΣΕΙ ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΑΠ΄ Ο,ΤΙ ΤΟ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟ ΣΤΗ ΓΗ!

Παρατηρητής B: αστροναύτης μέσα στο διαστημόπλοιο, οπότε τα δύο γεγονότα, της αναχώρησης $(t_{B_1},\ x_{B_1})$ και της άφιξης $(t_{B_2},\ x_{B_2})$. θα έχουν χωρικές συντεταγμένες $x_{B_1} = x_{B_2} \equiv x_B$, οπότε

$$\delta x_B = x_{B_2} - x_{B_1} = 0.$$

Ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα στα δύο γεγονότα που συμβαίνουν στο ίδιο σημείο λέγεται ιδιόχρονος:

$$\delta t_B \equiv \delta\tau.$$

Ξέρουμε, όμως, ότι θα ισχύει η ισότητα:

$$c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2 = c^2(\delta t_B)^2 - (\delta x_B)^2 = c^2(\delta\tau)^2,$$

οπότε, λύνοντας:

$$\delta t_A = \sqrt{(\delta\tau)^2 + \frac{(\delta x_A)^2}{c^2}} > \delta\tau.$$

Δηλαδή ο ιδιόχρονος είναι η ελάχιστη δυνατή τιμή που μπορεί να πάρει το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο γεγονότων.

ΑΡΑ Ο ΑΣΤΡΟΝΑΥΤΗΣ ΘΑ ΓΕΡΑΣΕΙ ΛΙΓΟΤΕΡΟ ΑΠ΄ Ο,ΤΙ ΤΟ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟ ΣΤΗ ΓΗ!

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ποιός είναι Ο ΠΙΟ ΜΑΚΡΥΝΟΣ ΓΑΛΑΞΙΑΣ στον οποίο μπορούμε να φτάσουμε ταξιδεύοντας με το πιό γρήγορο διαστημόπλοιο για όλη μας τη ζωή;

Πενήντα έτη φωτός;

Όχι τόσο λίγο(!), γιατί ο χρόνος κυλάει πιό αργά για τον αστροναύτη. Άρα αυτός έχει τη δυνατότητα να φτάσει μακρύτερα από το όριο αυτό και να έχει γεράσει ελάχιστα.

Αναδιατύπωση:

ΤΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΧΕΙ ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΟΠΛΟΙΟ, ΩΣΤΕ, ΟΤΑΝ Ο ΑΣΤΡΟΝΑΥΤΗΣ ΦΤΑΣΕΙ ΣΤΟΝ ΓΑΛΑΞΙΑ ΤΗΣ ΑΝΔΡΟΜΕΔΑΣ (ΔΥΟ ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ ΕΤΗ ΦΩΤΟΣ ΜΑΚΡΙΑ), ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΟΝΟ ΕΝΑ ΧΡΟΝΟ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ;

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ποιός είναι Ο ΠΙΟ ΜΑΚΡΥΝΟΣ ΓΑΛΑΞΙΑΣ στον οποίο μπορούμε να φτάσουμε ταξιδεύοντας με το πιό γρήγορο διαστημόπλοιο για όλη μας τη ζωή;

Πενήντα έτη φωτός;

Όχι τόσο λίγο(!), γιατί ο χρόνος κυλάει πιό αργά για τον αστροναύτη. Άρα αυτός έχει τη δυνατότητα να φτάσει μακρύτερα από το όριο αυτό και να έχει γεράσει ελάχιστα.

Αναδιατύπωση :

ΤΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΧΕΙ ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΟΠΛΟΙΟ, ΩΣΤΕ, ΟΤΑΝ Ο ΑΣΤΡΟΝΑΥΤΗΣ ΦΤΑΣΕΙ ΣΤΟΝ ΓΑΛΑΞΙΑ ΤΗΣ ΑΝΔΡΟΜΕΔΑΣ (ΔΥΟ ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ ΕΤΗ ΦΩΤΟΣ ΜΑΚΡΙΑ), ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΟΝΟ ΕΝΑ ΧΡΟΝΟ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ;

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ποιός είναι Ο ΠΙΟ ΜΑΚΡΥΝΟΣ ΓΑΛΑΞΙΑΣ στον οποίο μπορούμε να φτάσουμε ταξιδεύοντας με το πιό γρήγορο διαστημόπλοιο για όλη μας τη ζωή;

Πενήντα έτη φωτός;

Όχι τόσο λίγο(!), γιατί ο χρόνος κυλάει πιό αργά για τον αστροναύτη. Άρα αυτός έχει τη δυνατότητα να φτάσει μακρύτερα από το όριο αυτό και να έχει γεράσει ελάχιστα.

Αναδιατύπωση :

ΤΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΧΕΙ ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΟΠΛΟΙΟ, ΩΣΤΕ, ΟΤΑΝ Ο ΑΣΤΡΟΝΑΥΤΗΣ ΦΤΑΣΕΙ ΣΤΟΝ ΓΑΛΑΞΙΑ ΤΗΣ ΑΝΔΡΟΜΕΔΑΣ (ΔΥΟ ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ ΕΤΗ ΦΩΤΟΣ ΜΑΚΡΙΑ), ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΟΝΟ ΕΝΑ ΧΡΟΝΟ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ;

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ποιός είναι Ο ΠΙΟ ΜΑΚΡΥΝΟΣ ΓΑΛΑΞΙΑΣ στον οποίο μπορούμε να φτάσουμε ταξιδεύοντας με το πιό γρήγορο διαστημόπλοιο για όλη μας τη ζωή;

Πενήντα έτη φωτός;

Όχι τόσο λίγο(!), γιατί ο χρόνος κυλάει πιό αργά για τον αστροναύτη. Άρα αυτός έχει τη δυνατότητα να φτάσει μακρύτερα από το όριο αυτό και να έχει γεράσει ελάχιστα.

Αναδιατύπωση:

ΤΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΧΕΙ ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΟΠΛΟΙΟ, ΩΣΤΕ, ΟΤΑΝ Ο ΑΣΤΡΟΝΑΥΤΗΣ ΦΤΑΣΕΙ ΣΤΟΝ ΓΑΛΑΞΙΑ ΤΗΣ ΑΝΔΡΟΜΕΔΑΣ (ΔΥΟ ΕΚΑΤΟΜΜΥΡΙΑ ΕΤΗ ΦΩΤΟΣ ΜΑΚΡΙΑ), ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΟΝΟ ΕΝΑ ΧΡΟΝΟ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ;

Για ένα γήινο το ταξίδι θα διαρκέσει περίπου $\delta t_A = 2000000$ χρόνια, ενώ για τον αστροναύτη θέλουμε να διαρκέσει $\delta\tau = 1$ χρόνο. Η ισότητα

$$c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2 = c^2(\delta\tau)^2$$

θα δώσει:

$$\left(\frac{\delta\tau}{\delta t_A}\right)^2 = 1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\delta x_A}{\delta t_A}\right)^2 = 1 - \frac{1}{c^2}v^2.$$

Λύνοντας:

$$\frac{v}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{\delta\tau}{\delta t_A}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2\times 10^6}\right)^2} \approx 0.999999999999875.$$

δηλαδή, αν τρέχει με τέτοια ταχύτητα, *ένας* δικός του χρόνος θα αντιστοιχεί σε *δύο εκατομμύρια* γήινα χρόνια!!!

Δηλαδή η απάντηση στην ερώτηση για τον πιο μακρυνό γαλαξία που μπορούμε να επισκεφτούμε είναι ότι η απόσταση είναι **δυνητικά άπειρη,** αρκεί να πλησιάσουμε αρκετά την ταχύτητα του φωτός.

Για ένα γήινο το ταξίδι θα διαρκέσει περίπου $\delta t_A = 2000000$ χρόνια, ενώ για τον αστροναύτη θέλουμε να διαρκέσει $\delta\tau = 1$ χρόνο. Η ισότητα

$$c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2 = c^2(\delta\tau)^2$$

θα δώσει:

$$\left(\frac{\delta\tau}{\delta t_A}\right)^2 = 1 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\delta x_A}{\delta t_A}\right)^2 = 1 - \frac{1}{c^2}\upsilon^2.$$

Λύνοντας:

$$\frac{\upsilon}{c} = \sqrt{1 - \left(\frac{\delta\tau}{\delta t_A}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2\times 10^6}\right)^2} \approx 0.999999999999875.$$

δηλαδή, αν τρέχει με τέτοια ταχύτητα, *ένας* δικός του χρόνος θα αντιστοιχεί σε *δύο εκατομμύρια* γήινα χρόνια!!!

Δηλαδή η απάντηση στην ερώτηση για τον πιο μακρυνό γαλαξία που μπορούμε να επισκεφτούμε είναι ότι η απόσταση είναι **δυνητικά άπειρη,** αρκεί να πλησιάσουμε αρκετά την ταχύτητα του φωτός.

Αν ο αστροναύτης που λέγαμε προηγουμένως γυρίσει στη γη (μετά από δύο+δύο εκατομμύρια χρόνια), προφανώς δε θα βρει τίποτε απ' ό,τι ήξερε.

Αν όμως η ταχύτητά του ηταν λιγότερο υπερβολική, αλλά πάντα κοντά στην ταχύτητα του φωτός, ας πούμε $\upsilon = 0.998749c$, και αποφάσιζε να γυρίσει στη γη, θα διαπίστωνε ότι, ενώ ο ίδιος έχει μεγαλώσει δύο χρόνια, ο δίδυμος αδελφός του (ο Β, έστω) είναι πιά π.χ. 40 χρόνια μεγαλύτερος! Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο αστροναύτης ταξιδεύει στο μέλλον του γήινου αδελφού του!

ΕΝΣΤΑΣΗ: Μα και ο δίδυμος αδελφός Α βλέπει τον άλλον (τον Β) να κινείται και, αφού το σημαντικό είναι η σχετική ταχύτητα, θα πρέπει όχι μόνο ο Α να βρίσκει τον Β μεγαλύτερο, αλλά και ο Β να βρίσκει τον Α μεγαλύτερο! Άρα η συλλογιστική φαίνεται να καταρρέει λόγω λογικών αντιφάσεων.

Όμως *δεν* είναι έτσι: ο Β βρίσκεται σε μια προνομιακή κατάσταση, δηλαδή είναι *αδρανειακός παρατηρητής*, ενώ ο Α όχι.

Αν ο αστροναύτης που λέγαμε προηγουμένως γυρίσει στη γη (μετά από δύο+δύο εκατομμύρια χρόνια), προφανώς δε θα βρει τίποτε απ' ό,τι ήξερε.

Αν όμως η ταχύτητά του ηταν λιγότερο υπερβολική, αλλά πάντα κοντά στην ταχύτητα του φωτός, ας πούμε $v = 0.998749c$, και αποφάσιζε να γυρίσει στη γη, θα διαπίστωνε ότι, ενώ ο ίδιος έχει μεγαλώσει δύο χρόνια, ο δίδυμος αδελφός του (ο B, έστω) είναι πιά π.χ. 40 χρόνια μεγαλύτερος! Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο αστροναύτης ταξιδεύει στο μέλλον του γήινου αδελφού του!

ΕΝΣΤΑΣΗ: Μα και ο δίδυμος αδελφός A βλέπει τον άλλον (τον B) να κινείται και, αφού το σημαντικό είναι η σχετική ταχύτητα, θα πρέπει όχι μόνο ο A να βρίσκει τον B μεγαλύτερο, αλλά και ο B να βρίσκει τον A μεγαλύτερο! Άρα η συλλογιστική φαίνεται να καταρρέει λόγω λογικών αντιφάσεων.

Όμως *δεν* είναι έτσι: ο B βρίσκεται σε μια προνομιακή κατάσταση, δηλαδή είναι *αδρανειακός παρατηρητής*, ενώ ο A όχι.

Αν ο αστροναύτης που λέγαμε προηγουμένως γυρίσει στη γη (μετά από δύο+δύο εκατομμύρια χρόνια), προφανώς δε θα βρει τίποτε απ' ό,τι ήξερε.

Αν όμως η ταχύτητά του ηταν λιγότερο υπερβολική, αλλά πάντα κοντά στην ταχύτητα του φωτός, ας πούμε $\upsilon = 0.998749c$, και αποφάσιζε να γυρίσει στη γη, θα διαπίστωνε ότι, ενώ ο ίδιος έχει μεγαλώσει δύο χρόνια, ο δίδυμος αδελφός του (ο Β, έστω) είναι πιά π.χ. 40 χρόνια μεγαλύτερος! Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο αστροναύτης ταξιδεύει στο μέλλον του γήινου αδελφού του!

ΕΝΣΤΑΣΗ: Μα και ο δίδυμος αδελφός Α βλέπει τον άλλον (τον Β) να κινείται και, αφού το σημαντικό είναι η σχετική ταχύτητα, θα πρέπει όχι μόνο ο Α να βρίσκει τον Β μεγαλύτερο, αλλά και ο Β να βρίσκει τον Α μεγαλύτερο! Άρα η συλλογιστική φαίνεται να καταρρέει λόγω λογικών αντιφάσεων.

Όμως *δεν* είναι έτσι: ο Β βρίσκεται σε μια προνομιακή κατάσταση, δηλαδή είναι *αδρανειακός παρατηρητής*, ενώ ο Α όχι.

Αν ο αστροναύτης που λέγαμε προηγουμένως γυρίσει στη γη (μετά από δύο+δύο εκατομμύρια χρόνια), προφανώς δε θα βρει τίποτε απ' ό,τι ήξερε.

Αν όμως η ταχύτητά του ηταν λιγότερο υπερβολική, αλλά πάντα κοντά στην ταχύτητα του φωτός, ας πούμε $v = 0.998749c$, και αποφάσιζε να γυρίσει στη γη, θα διαπίστωνε ότι, ενώ ο ίδιος έχει μεγαλώσει δύο χρόνια, ο δίδυμος αδελφός του (ο B, έστω) είναι πιά π.χ. 40 χρόνια μεγαλύτερος! Θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο αστροναύτης ταξιδεύει στο μέλλον του γήινου αδελφού του!

ΕΝΣΤΑΣΗ: Μα και ο δίδυμος αδελφός A βλέπει τον άλλον (τον B) να κινείται και, αφού το σημαντικό είναι η σχετική ταχύτητα, θα πρέπει όχι μόνο ο A να βρίσκει τον B μεγαλύτερο, αλλά και ο B να βρίσκει τον A μεγαλύτερο! Άρα η συλλογιστική φαίνεται να καταρρέει λόγω λογικών αντιφάσεων.

Όμως *δεν* είναι έτσι: ο B βρίσκεται σε μια προνομιακή κατάσταση, δηλαδή είναι *αδρανειακός παρατηρητής*, ενώ ο A όχι.

Η χρονική διάρκεια μεταξύ δύο γεγονότων *δεν* είναι αναλλοίωτη. Αν ξεκινήσουμε από τη σχέση:

$$c^2(\delta t_B)^2 - (\delta x_B)^2 = c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2,$$

βλέπουμε ότι, ακόμα και αν $\delta t_A = 0$, γιά $\delta x_A \neq 0$ το δt_B μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό.

ΔΗΛΑΔΗ *ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ* **ΠΑΓΚΟΣΜΙΟ ΠΑΡΟΝ**.

ΠΟΛΥ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟ, *ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ* **ΚΟΙΝΟ ΜΕΛΛΟΝ**.

ΟΥΤΕ **ΚΟΙΝΟ ΠΑΡΕΛΘΟΝ**.

Το γεγονός ότι η ταχύτητα του φωτός είναι Η ΙΔΙΑ για όλους τους παρατηρητές έχει τη συγκλονιστική συνέπεια ότι ο χρόνος που περνάει ανάμεσα σε δύο γεγονότα *δεν* είναι ο ίδιος για ολους: είναι ΕΛΑΣΤΙΚΟΣ !

Η χρονική διάρκεια μεταξύ δύο γεγονότων *δεν* είναι αναλλοίωτη. Αν ξεκινήσουμε από τη σχέση:

$$c^2(\delta t_B)^2 - (\delta x_B)^2 = c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2,$$

βλέπουμε ότι, ακόμα και αν $\delta t_A = 0$, γιά $\delta x_A \neq 0$ το δt_B μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό.

ΔΗΛΑΔΗ *ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ* **ΠΑΓΚΟΣΜΙΟ ΠΑΡΟΝ**.

ΠΟΛΥ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟ, *ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ* **ΚΟΙΝΟ ΜΕΛΛΟΝ**.

ΟΥΤΕ **ΚΟΙΝΟ ΠΑΡΕΛΘΟΝ**.

Το γεγονός ότι η ταχύτητα του φωτός είναι Η ΙΔΙΑ για όλους τους παρατηρητές έχει τη συγκλονιστική συνέπεια ότι ο χρόνος που περνάει ανάμεσα σε δύο γεγονότα *δεν* είναι ο ίδιος για ολους: είναι ΕΛΑΣΤΙΚΟΣ !

Η χρονική διάρκεια μεταξύ δύο γεγονότων *δεν* είναι αναλλοίωτη. Αν ξεκινήσουμε από τη σχέση:

$$c^2(\delta t_B)^2 - (\delta x_B)^2 = c^2(\delta t_A)^2 - (\delta x_A)^2,$$

βλέπουμε ότι, ακόμα και αν $\delta t_A = 0$, γιά $\delta x_A \neq 0$ το δt_B μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό.

ΔΗΛΑΔΗ *ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ* **ΠΑΓΚΟΣΜΙΟ ΠΑΡΟΝ**.

ΠΟΛΥ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟ, *ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ* **ΚΟΙΝΟ ΜΕΛΛΟΝ**.

ΟΥΤΕ **ΚΟΙΝΟ ΠΑΡΕΛΘΟΝ**.

Το γεγονός ότι η ταχύτητα του φωτός είναι Η ΙΔΙΑ για όλους τους παρατηρητές έχει τη συγκλονιστική συνέπεια ότι ο χρόνος που περνάει ανάμεσα σε δύο γεγονότα *δεν* είναι ο ίδιος για ολους: είναι ΕΛΑΣΤΙΚΟΣ !

Έχει όμως επαληθευτεί πειραματικά κάτι τέτοιο;

ΒΕΒΑΙΩΣ !

Φαινόμενο των *μεσονίων μ*: παράγονται σε ύψος $\delta x_A = 9000m$, ζουν περί τα

$$\delta\tau = 2 \times 10^{-6} s$$

και η ταχύτητά τους είναι:

$$\upsilon = \frac{\delta x_A}{\delta t_A} = 0.998c = 2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}.$$

Επομένως το διάστημα που θα διανύσουν θα είναι:

$$\upsilon \cdot \delta\tau = (2 \times 10^{-6} s) \times (2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}) \approx 600m.$$

Περιμένουμε επομένως ότι θα διασπαστούν σε ύψος

$$9000m - 600m = 8400m$$

πάνω από την επιφάνεια της γης.

ΠΑΡ' ΟΛ' ΑΥΤΑ ΑΝΙΧΝΕΥΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ !

Έχει όμως επαληθευτεί πειραματικά κάτι τέτοιο;

ΒΕΒΑΙΩΣ!

Φαινόμενο των *μεσονίων μ*: παράγονται σε ύψος $\delta x_A = 9000m$, ζουν περί τα

$$\delta\tau = 2 \times 10^{-6} s$$

και η ταχύτητά τους είναι:

$$v = \frac{\delta x_A}{\delta t_A} = 0.998c = 2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}.$$

Επομένως το διάστημα που θα διανύσουν θα είναι:

$$v \cdot \delta\tau = (2 \times 10^{-6} s) \times (2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}) \approx 600m.$$

Περιμένουμε επομένως ότι θα διασπαστούν σε ύψος

$$9000m - 600m = 8400m$$

πάνω από την επιφάνεια της γης.

ΠΑΡ' ΟΛ' ΑΥΤΑ ΑΝΙΧΝΕΥΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ!

Έχει όμως επαληθευτεί πειραματικά κάτι τέτοιο;

ΒΕΒΑΙΩΣ!

Φαινόμενο των *μεσονίων μ*: παράγονται σε ύψος $\delta x_A = 9000m$, ζουν περί τα

$$\delta\tau = 2 \times 10^{-6} s$$

και η ταχύτητά τους είναι:

$$v = \frac{\delta x_A}{\delta t_A} = 0.998c = 2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}.$$

Επομένως το διάστημα που θα διανύσουν θα είναι:

$$v \cdot \delta\tau = (2 \times 10^{-6} s) \times (2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}) \approx 600m.$$

Περιμένουμε επομένως ότι θα διασπαστούν σε ύψος

$$9000m - 600m = 8400m$$

πάνω από την επιφάνεια της γης.

ΠΑΡ' ΟΛ' ΑΥΤΑ ΑΝΙΧΝΕΥΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ!

Έχει όμως επαληθευτεί πειραματικά κάτι τέτοιο;

ΒΕΒΑΙΩΣ!

Φαινόμενο των *μεσονίων μ*: παράγονται σε ύψος $\delta x_A = 9000m$, ζουν περί τα

$$\delta\tau = 2 \times 10^{-6} s$$

και η ταχύτητά τους είναι:

$$v = \frac{\delta x_A}{\delta t_A} = 0.998c = 2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}.$$

Επομένως το διάστημα που θα διανύσουν θα είναι:

$$v \cdot \delta\tau = (2 \times 10^{-6} s) \times (2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}) \approx 600m.$$

Περιμένουμε επομένως ότι θα διασπαστούν σε ύψος

$$9000m - 600m = 8400m$$

πάνω από την επιφάνεια της γης.

ΠΑΡ' ΟΛ' ΑΥΤΑ ΑΝΙΧΝΕΥΟΝΤΑΙ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ!

Η εξήγηση θα προκύψει από τη σχέση

$$1-\left(\frac{v}{c}\right)^2=\left(\frac{\delta\tau}{\delta t_A}\right)^2,$$

που θα δώσει:

$$\delta t_A=\frac{\delta\tau}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{2\times10^{-6}s}{\sqrt{1-(0.998)^2}}=31.64\times10^{-6}s.$$

Έχουν λοιπόν το χρόνο να διανύσουν:

$$(31.64\times10^{-6}s)\times(2.994\times10^{8}\frac{m}{s})\approx 9500m.$$

Άρα μπορούμε να εξηγήσουμε γιατί ανιχνεύονται στη γη.

Δηλαδή τα μεσόνια παίζουν το ρόλο του αστροναύτη!

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

ΤΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ *ΜΕΛΛΟΝ* ΕΙΝΑΙ **ΔΥΝΑΤΟ.**

ΤΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ *ΠΑΡΕΛΘΟΝ* ΕΙΝΑΙ ΠΙΟ ΔΥΣΚΟΛΟ, ΟΠΩΣ ΘΑ ΔΟΥΜΕ.

Η εξήγηση θα προκύψει από τη σχέση

$$1-\left(\frac{v}{c}\right)^2=\left(\frac{\delta\tau}{\delta t_A}\right)^2,$$

που θα δώσει:

$$\delta t_A=\frac{\delta\tau}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}=\frac{2\times10^{-6}s}{\sqrt{1-(0.998)^2}}=31.64\times10^{-6}s.$$

Έχουν λοιπόν το χρόνο να διανύσουν:

$$(31.64\times10^{-6}s)\times(2.994\times10^{8}\frac{m}{s})\approx 9500m.$$

Άρα μπορούμε να εξηγήσουμε γιατί ανιχνεύονται στη γη.

Δηλαδή τα μεσόνια παίζουν το ρόλο του αστροναύτη!

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

ΤΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ *ΜΕΛΛΟΝ* ΕΙΝΑΙ **ΔΥΝΑΤΟ.**

ΤΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ *ΠΑΡΕΛΘΟΝ* ΕΙΝΑΙ ΠΙΟ ΔΥΣΚΟΛΟ, ΟΠΩΣ ΘΑ ΔΟΥΜΕ.

Η εξήγηση θα προκύψει από τη σχέση

$$1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{\delta\tau}{\delta t_A}\right)^2,$$

που θα δώσει:

$$\delta t_A = \frac{\delta\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{2 \times 10^{-6}s}{\sqrt{1 - (0.998)^2}} = 31.64 \times 10^{-6}s.$$

Έχουν λοιπόν το χρόνο να διανύσουν:

$$(31.64 \times 10^{-6}s) \times (2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}) \approx 9500m.$$

Άρα μπορούμε να εξηγήσουμε γιατί ανιχνεύονται στη γη.

Δηλαδή τα μεσόνια παίζουν το ρόλο του αστροναύτη!

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

ΤΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ *ΜΕΛΛΟΝ* ΕΙΝΑΙ **ΔΥΝΑΤΟ.**

ΤΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ *ΠΑΡΕΛΘΟΝ* ΕΙΝΑΙ ΠΙΟ ΔΥΣΚΟΛΟ, ΟΠΩΣ ΘΑ ΔΟΥΜΕ.

Η εξήγηση θα προκύψει από τη σχέση

$$1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{\delta\tau}{\delta t_A}\right)^2,$$

που θα δώσει:

$$\delta t_A = \frac{\delta\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{2 \times 10^{-6} s}{\sqrt{1 - (0.998)^2}} = 31.64 \times 10^{-6} s.$$

Έχουν λοιπόν το χρόνο να διανύσουν:

$$(31.64 \times 10^{-6} s) \times (2.994 \times 10^8 \frac{m}{s}) \approx 9500m.$$

Άρα μπορούμε να εξηγήσουμε γιατί ανιχνεύονται στη γη.

Δηλαδή τα μεσόνια παίζουν το ρόλο του αστροναύτη!

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

ΤΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ *ΜΕΛΛΟΝ* ΕΙΝΑΙ **ΔΥΝΑΤΟ.**

ΤΟ ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΟ *ΠΑΡΕΛΘΟΝ* ΕΙΝΑΙ ΠΙΟ ΔΥΣΚΟΛΟ, ΟΠΩΣ ΘΑ ΔΟΥΜΕ.

Και η βαρύτητα επιφέρει αλλαγή στη ροή του χρόνου.

Γενική Θεωρία της Σχετικότητας.

Επιφάνεια της γης. Κίνηση κατά μήκος ενός μεσημβρινού. Η μεταβλητή είναι το ύψος z:

$$-R \leq z \leq +R.$$

Επίσης το x, αν ο μεσημβρινός βρίσκεται στο επίπεδο xz.

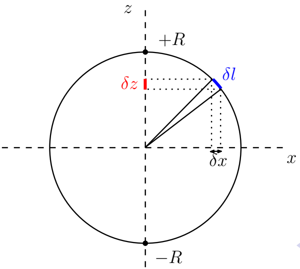
$$x^2 + z^2 = R^2 \Rightarrow x\delta x + z\delta z = 0 \Rightarrow (\delta x)^2 = \frac{z^2(\delta z)^2}{x^2} = \frac{z^2(\delta z)^2}{R^2 - z^2}.$$

Ο οδοιπόρος στην επιφάνεια της γης θα διανύσει απόσταση:

$$(\delta l)^2 = (\delta x)^2 + (\delta z)^2 \Rightarrow (\delta l)^2 = \frac{1}{1 - \frac{z^2}{R^2}}(\delta z)^2.$$

Παρατηρούμε ότι, γενικά:

$$|\delta l| \geq |\delta z|.$$



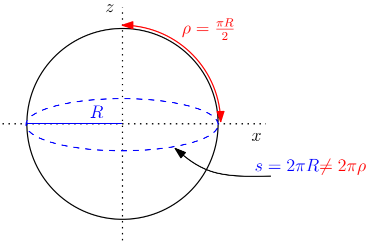
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (1): Το μήκος της διαδρομής κατά μήκος ενός μεσημβρινού από τον (βόρειο) πόλο μέχρι τον ισημερινό είναι:

$$\rho = \int_0^R \frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{z^2}{R^2}}} = \frac{\pi R}{2}.$$

Σε *μη* καμπυλωμένο χώρο ένας κύκλος με τέτοια ακτίνα θα είχε μήκος περιφέρειας:

$$2\pi\rho = 2\pi\frac{\pi R}{2} = \pi^2 R.$$

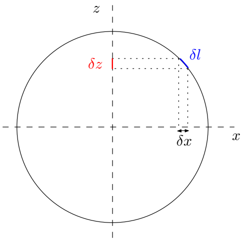
Όμως ο ισημερινός της σφαίρας έχει μήκος $2\pi R$, που είναι σαφώς μικρότερο. Δηλαδή, αν κινούμαστε σε καμπυλωμένο χώρο, η γνωστή σχέση $s = 2\pi\rho$ για την περιφέρεια του κύκλου *δεν* ισχύει πιά!



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (2): Καθώς $|z| \to R$, η έκφραση για το δl φαίνεται να έχει κάποια ιδιομορφία:

$$(\delta l)^2 = \frac{1}{1 - \frac{z^2}{R^2}} (\delta z)^2.$$

Μπορούμε να ονομάσουμε τις τιμές $|z| = R$ **ορίζοντα** αυτού του γεωμετρικού σχήματος σ' αυτές τις συντεταγμένες. Πρέπει $|z| \leq R$, αλλιώς οι προβλέψεις είναι περίεργες. Βέβαια, αν έχουμε υπόψη το τρισδιάστατο γεωμετρικό σχήμα, δεν υπάρχει τίποτε το μυστηριώδες: απλά, δεν έχει νόημα να μιλήσει κανείς εδώ για μεγαλύτερα z, αν αναφέρεται στη σφαίρα.



Οι **μαύρες τρύπες** είναι λύσεις των εξισώσεων της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας του Einstein. Μαύρη τρύπα του Schwarzchild. Εκφράζεται συνήθως σε σφαιρικές συντεταγμένες: t, r, θ, ϕ. Θα παραλείψουμε κάθε αναφορά στις γωνίες θ, ϕ, δηλαδή θα ασχοληθούμε μόνο με ακτινικές κινήσεις.

Σφαίρα: $(\delta l)^2 = \frac{1}{1-\frac{z^2}{R^2}}(\delta z)^2$.

Κατ' αναλογία: το στοιχείο μήκους $(\delta s)^2$ δεν θα εκφράζεται απλά ως $(\delta r)^2$, αλλά θα έχει μπροστά του έναν παράγοντα καμπυλότητας αντίστοιχο του $\frac{1}{1-\frac{z^2}{R^2}}$.

Επί πλέον, στην ειδική θεωρία της σχετικότητας:

$$(\delta s)^2 = (\delta x)^2 - c^2(\delta t)^2.$$

Υποψιαζόμαστε ότι **και ο χρόνος** μπορεί να έχει μπροστά του έναν αντίστοιχο παράγοντα.

Παρατήρηση: ένα *φωτόνιο* που κινείται σ' ενα βαρυτικό πεδίο αλλάζει την (κινητική) ενέργειά του (αφού κινείται σε θέση με άλλη βαρυτική δυναμική ενέργεια), συνεπώς αλλάζει και την περίοδό του, άρα και ο χρόνος επηρεάζεται απο τη θέση μέσα στο χώρο.

Επί πλέον, στην ειδική θεωρία της σχετικότητας:

$$(\delta s)^2 = (\delta x)^2 - c^2(\delta t)^2.$$

Υποψιαζόμαστε ότι **και ο χρόνος** μπορεί να έχει μπροστά του έναν αντίστοιχο παράγοντα.

Παρατήρηση: ένα *φωτόνιο* που κινείται σ' ενα βαρυτικό πεδίο αλλάζει την (κινητική) ενέργειά του (αφού κινείται σε θέση με άλλη βαρυτική δυναμική ενέργεια), συνεπώς αλλάζει και την περίοδό του, άρα και ο χρόνος επηρεάζεται απο τη θέση μέσα στο χώρο.

Το στοιχείο μήκους στην περίπτωση της μαύρης τρύπας του Schwarzchild είναι:

$$(\delta s)^2 = \frac{1}{1 - \frac{2GM}{rc^2}}(\delta r)^2 - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2(\delta t)^2,$$

όπου το G είναι η σταθερά βαρύτητας του Νεύτωνα και c η ταχύτητα του φωτός. Το M είναι μια παράμετρος που μπορεί να ερμηνευτεί ως η μάζα της μαύρης τρύπας.

Το t είναι η χρονική διάρκεια που μετράει ένας παρατηρητής μακριά από τη μαύρη τρύπα και το r είναι η ακτινική συνιστώσα.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (1): Αν η ακτινική συνιστώσα r είναι μεγάλη, τότε το στοιχείο μήκους γίνεται το ίδιο με του επίπεδου χώρου στην ειδική σχετικότητα:

$$(\delta s)^2 \approx (\delta r)^2 - c^2(\delta t)^2.$$

Δηλαδή *μακρυά* από τη μαύρη τρύπα ο χωρόχρονος *δεν* εχει στοιχεία καμπυλότητας. Τα r και t έχουν το ίδιο νόημα που έχουν στην ειδική σχετικότητα. Επίσης, σε συνθήκες *έλλειψης βαρύτητας* $(G = 0)$ το στοιχείο μήκους ανάγεται στο *επίπεδο* στοιχείο μήκους:

$$(\delta s)^2 \to (\delta r)^2 - c^2(\delta t)^2.$$

Το στοιχείο μήκους στην περίπτωση της μαύρης τρύπας του Schwarzchild είναι:

$$(\delta s)^2 = \frac{1}{1 - \frac{2GM}{rc^2}}(\delta r)^2 - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 (\delta t)^2,$$

όπου το G είναι η σταθερά βαρύτητας του Νεύτωνα και c η ταχύτητα του φωτός. Το M είναι μια παράμετρος που μπορεί να ερμηνευτεί ως η μάζα της μαύρης τρύπας.

Το t είναι η χρονική διάρκεια που μετράει ένας παρατηρητής μακριά από τη μαύρη τρύπα και το r είναι η ακτινική συνιστώσα.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (1): Αν η ακτινική συνιστώσα r είναι μεγάλη, τότε το στοιχείο μήκους γίνεται το ίδιο με του επίπεδου χώρου στην ειδική σχετικότητα:

$$(\delta s)^2 \approx (\delta r)^2 - c^2 (\delta t)^2.$$

Δηλαδή *μακρυά* από τη μαύρη τρύπα ο χωρόχρονος *δεν* εχει στοιχεία καμπυλότητας. Τα r και t έχουν το ίδιο νόημα που έχουν στην ειδική σχετικότητα. Επίσης, σε συνθήκες *έλλειψης βαρύτητας* $(G = 0)$ το στοιχείο μήκους ανάγεται στο *επίπεδο* στοιχείο μήκους:

$$(\delta s)^2 \to (\delta r)^2 - c^2 (\delta t)^2.$$

Υπενθύμιση:

$$(\delta s)^2 = \frac{1}{1-\frac{2GM}{rc^2}}(\delta r)^2 - \left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)c^2(\delta t)^2.$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (2): Το πιο εντυπωσιακό στοιχείο είναι η ανωμαλία στο $r = 0$. Αυτό το σημείο είναι γνωστό ως *ιδιομορφία* της μαύρης τρύπας.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (3): Επίσης εντυπωσιακή είναι η ανωμαλία στη θέση r_H, όπου

$$1-\frac{2GM}{r_H c^2} = 0 \Rightarrow r_H = \frac{2GM}{c^2}.$$

Σ' αυτήν τη θέση γίνονται θεαματικές μεταβολές: αποδεικνύεται ότι από τη στιγμή που ένα σώμα διασχίσει αυτήν την τιμή του r προς τα μέσα, δε θα μπορέσει **ποτέ** να ξαναβγεί προς τα έξω. Αυτή η τιμή λέγεται **ορίζοντας** της μαύρης τρύπας και είναι μια δίοδος μονής κατεύθυνσης. Είναι σαν ενα πέπλο που μας εμποδίζει να δούμε τί γίνεται μέσα στην μαύρη τρύπα. Αυτό μπορεί να είναι και ευεργετικό, γιατί αν γινόταν να δούμε την ιδιομορφία, ο κόσμος θα έπαυε να είναι όπως τον ξέρουμε, π.χ. θα κατέρρεε η αρχή της αιτιότητας. **(Κοσμική λογοκρισία).**

Υπενθύμιση:

$$(\delta s)^2 = \frac{1}{1-\frac{2GM}{rc^2}}(\delta r)^2 - \left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)c^2(\delta t)^2.$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (2): Το πιο εντυπωσιακό στοιχείο είναι η ανωμαλία στο $r = 0$. Αυτό το σημείο είναι γνωστό ως *ιδιομορφία* της μαύρης τρύπας.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (3): Επίσης εντυπωσιακή είναι η ανωμαλία στη θέση r_H, όπου

$$1-\frac{2GM}{r_H c^2} = 0 \Rightarrow r_H = \frac{2GM}{c^2}.$$

Σ' αυτήν τη θέση γίνονται θεαματικές μεταβολές: αποδεικνύεται ότι από τη στιγμή που ένα σώμα διασχίσει αυτήν την τιμή του r προς τα μέσα, δε θα μπορέσει **ποτέ** να ξαναβγεί προς τα έξω. Αυτή η τιμή λέγεται **ορίζοντας** της μαύρης τρύπας και είναι μια δίοδος μονής κατεύθυνσης. Είναι σαν ενα πέπλο που μας εμποδίζει να δούμε τί γίνεται μέσα στην μαύρη τρύπα. Αυτό μπορεί να είναι και ευεργετικό, γιατί αν γινόταν να δούμε την ιδιομορφία, ο κόσμος θα έπαυε να είναι όπως τον ξέρουμε, π.χ. θα κατέρρεε η αρχή της αιτιότητας. **(Κοσμική λογοκρισία).**

Υπενθύμιση:

$$(\delta s)^2 = \frac{1}{1-\frac{2GM}{rc^2}}(\delta r)^2 - \left(1-\frac{2GM}{rc^2}\right)c^2(\delta t)^2.$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (2): Το πιο εντυπωσιακό στοιχείο είναι η ανωμαλία στο $r=0$. Αυτό το σημείο είναι γνωστό ως *ιδιομορφία* της μαύρης τρύπας.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (3): Επίσης εντυπωσιακή είναι η ανωμαλία στη θέση r_H, όπου

$$1-\frac{2GM}{r_H c^2} = 0 \Rightarrow r_H = \frac{2GM}{c^2}.$$

Σ' αυτήν τη θέση γίνονται θεαματικές μεταβολές: αποδεικνύεται ότι από τη στιγμή που ένα σώμα διασχίσει αυτήν την τιμή του r προς τα μέσα, δε θα μπορέσει **ποτέ** να ξαναβγεί προς τα έξω. Αυτή η τιμή λέγεται **ορίζοντας** της μαύρης τρύπας και είναι μια δίοδος μονής κατεύθυνσης. Είναι σαν ενα πέπλο που μας εμποδίζει να δούμε τί γίνεται μέσα στην μαύρη τρύπα. Αυτό μπορεί να είναι και ευεργετικό, γιατί αν γινόταν να δούμε την ιδιομορφία, ο κόσμος θα έπαυε να είναι όπως τον ξέρουμε, π.χ. θα κατέρρεε η αρχή της αιτιότητας. **(Κοσμική λογοκρισία).**

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (4): Έστω τώρα ότι κατά τη μέτρηση που κάνουμε ισχύει: $\delta t = 0$. Τότε:

$$(\delta s)^2 = \frac{1}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} (\delta r)^2 \Rightarrow (\delta s)^2 > (\delta r)^2 \Rightarrow |\delta s| > |\delta r|.$$

(Αυτό θυμίζει τη σχέση στη σφαίρα: $|\delta l| > |\delta z|$.) Δηλαδή η απόσταση δύο γειτονικών σημείων την ίδια χρονική στιγμή είναι μεγαλύτερη από τη διαφορά της ακτινικής συντεταγμένης: *καμπυλότητα* του χώρου!

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (5): Έστω τώρα ότι κατά τη μέτρηση που κάνουμε ισχύει: $\delta r = 0$. Δηλαδή μετράμε ένα χρονικό διάστημα στο ίδιο σημείο (ιδιόχρονος). Τότε:

$$(\delta s)^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 (\delta t)^2.$$

Όμως $(\delta s)^2 = -c^2 (\delta \tau)^2$, οπότε: $\quad |\delta \tau| < |\delta t|.$

Αυτό είναι ένα σημείο **καμπυλότητας του χρόνου.** Αυτό σημαίνει ότι, αν ο μακρινός παρατηρητής (που βρίσκεται στη θέση $r = \infty$) έχει τη δυνατότητα να παρακολουθεί τα γεγονότα σε απόσταση r, θα τα βλέπει να εξελίσσονται με αργότερο ρυθμό από τον δικό του.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (4): Έστω τώρα ότι κατά τη μέτρηση που κάνουμε ισχύει: $\delta t = 0$. Τότε:

$$(\delta s)^2 = \frac{1}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} (\delta r)^2 \Rightarrow (\delta s)^2 > (\delta r)^2 \Rightarrow |\delta s| > |\delta r|.$$

(Αυτό θυμίζει τη σχέση στη σφαίρα: $|\delta l| > |\delta z|$.) Δηλαδή η απόσταση δύο γειτονικών σημείων την ίδια χρονική στιγμή είναι μεγαλύτερη από τη διαφορά της ακτινικής συντεταγμένης: *καμπυλότητα* του χώρου!

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (5): Έστω τώρα ότι κατά τη μέτρηση που κάνουμε ισχύει: $\delta r = 0$. Δηλαδή μετράμε ένα χρονικό διάστημα στο ίδιο σημείο (ιδιόχρονος). Τότε:

$$(\delta s)^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 (\delta t)^2.$$

Όμως $(\delta s)^2 = -c^2 (\delta \tau)^2$, οπότε: $|\delta \tau| < |\delta t|$.

Αυτό είναι ένα σημείο **καμπυλότητας του χρόνου.** Αυτό σημαίνει ότι, αν ο μακρινός παρατηρητής (που βρίσκεται στη θέση $r = \infty$) έχει τη δυνατότητα να παρακολουθεί τα γεγονότα σε απόσταση r, θα τα βλέπει να εξελίσσονται με αργότερο ρυθμό από τον δικό του.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ (6): Έστω ότι μια δέσμη φωτός ξεκινάει από τη θέση $r_1 = \frac{4GM}{c^2}$ και ανιχνεύεται στη θέση $r_2 = \frac{8GM}{c^2}$. Αν θεωρήσουμε την περίοδο ως αρκετά μικρό χρονικό διάστημα, το πηλίκο των περιόδων στις δύο θέσεις θα είναι:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2GM}{r_2 c^2}}{1 - \frac{2GM}{r_1 c^2}}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{2GM}{c^2}\frac{c^2}{8GM}}{1 - \frac{2GM}{c^2}\frac{c^2}{4GM}}} = \sqrt{\frac{1 - \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}}} \approx 1.22.$$

Είναι φανερό ότι η *περίοδος* γίνεται μεγαλύτερη όσο η δέσμη φωτός κινείται προς μεγαλύτερη *απόσταση*, δηλαδή το χρώμα της ακτινοβολίας μετατοπίζεται προς το ερυθρό.

Ο απομακρυσμένος παρατηρητής βλέπει τα γεγονότα στη θέση r να εξελίσσονται **πιο αργά** και τα αντικείμενα να είναι **πιο κόκκινα**. Το φαινόμενο της μετατόπισης προς το ερυθρό γινεται τόσο πιο έντονο όσο η θέση εκπομπής r πλησιάζει στον ορίζοντα.

Φυσικά το φαινόμενο δουλεύει και αντίστροφα: ένας παρατηρητής σε μικρή απόσταση από τον ορίζοντα βλέπει τα γεγονότα σε μεγαλύτερες αποστάσεις να είναι μετατοπισμένα **προς το μωβ** και να εξελίσσονται **όλο και πιο γρήγορα**.

Δηλαδή όποιος βρίσκεται κοντά στη μαύρη τρύπα βλέπει την ιστορία του υπόλοιπου κόσμου να διαδραματίζεται μπροστά του σαν να τρέχει ένα φιλμ πολύ γρήγορα. Ίσως και να μπορέσει να δει την **ιστορία δισεκατομμυρίων χρόνων μέσα σ' ένα δευτερόλεπτο!** Αντίθετα ο έξω παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που πέφτει να παγώνει σ' όλες του τις εκδηλώσεις και **να μη γερνά!**

Ο απομακρυσμένος παρατηρητής βλέπει τα γεγονότα στη θέση r να εξελίσσονται **πιο αργά** και τα αντικείμενα να είναι **πιο κόκκινα**. Το φαινόμενο της μετατόπισης προς το ερυθρό γινεται τόσο πιο έντονο όσο η θέση εκπομπής r πλησιάζει στον ορίζοντα.

Φυσικά το φαινόμενο δουλεύει και αντίστροφα: ένας παρατηρητής σε μικρή απόσταση από τον ορίζοντα βλέπει τα γεγονότα σε μεγαλύτερες αποστάσεις να είναι μετατοπισμένα **προς το μωβ** και να εξελίσσονται **όλο και πιο γρήγορα**.

Δηλαδή όποιος βρίσκεται κοντά στη μαύρη τρύπα βλέπει την ιστορία του υπόλοιπου κόσμου να διαδραματίζεται μπροστά του σαν να τρέχει ένα φιλμ πολύ γρήγορα. Ίσως και να μπορέσει να δει την **ιστορία δισεκατομμυρίων χρόνων μέσα σ΄ ένα δευτερόλεπτο!** Αντίθετα ο έξω παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που πέφτει να παγώνει σ΄ όλες του τις εκδηλώσεις και **να μη γερνά!**

Ο απομακρυσμένος παρατηρητής βλέπει τα γεγονότα στη θέση r να εξελίσσονται **πιο αργά** και τα αντικείμενα να είναι **πιο κόκκινα**. Το φαινόμενο της μετατόπισης προς το ερυθρό γινεται τόσο πιο έντονο όσο η θέση εκπομπής r πλησιάζει στον ορίζοντα.

Φυσικά το φαινόμενο δουλεύει και αντίστροφα: ένας παρατηρητής σε μικρή απόσταση από τον ορίζοντα βλέπει τα γεγονότα σε μεγαλύτερες αποστάσεις να είναι μετατοπισμένα **προς το μωβ** και να εξελίσσονται **όλο και πιο γρήγορα**.

Δηλαδή όποιος βρίσκεται κοντά στη μαύρη τρύπα βλέπει την ιστορία του υπόλοιπου κόσμου να διαδραματίζεται μπροστά του σαν να τρέχει ένα φιλμ πολύ γρήγορα. Ίσως και να μπορέσει να δει την **ιστορία δισεκατομμυρίων χρόνων μέσα σ΄ ένα δευτερόλεπτο!** Αντίθετα ο έξω παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που πέφτει να παγώνει σ΄ όλες του τις εκδηλώσεις και **να μη γερνά!**

Ελεύθερη πτώση προς τον ορίζοντα ενός αστροναύτη, που αρχικά ήταν ακίνητος σε πολύ μεγάλη απόσταση.

Η ακινησία σημαίνει ότι: $E = mc^2$. Θεωρούμε την ποσότητα: $\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) \frac{\delta t}{\delta \tau}$, όπου t είναι ο χρόνος που καταγράφει ο ακίνητος παρατηρητής και τ ο χρόνος που καταγράφει ο αστροναύτης.
Αποδεικνύεται ότι αυτή η ποσότητα είναι σταθερή καθ' όλη την πτώση και ισούται με: $\frac{E}{mc^2} = 1$.
Άρα:

$$\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) \frac{\delta t}{\delta \tau} = 1 \Rightarrow (\delta \tau)^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^2 (\delta t)^2.$$

Εξ άλλου, υπενθυμίζουμε για το στοιχείο μήκους:

$$(\delta s)^2 = c^2 (\delta \tau)^2 = -\frac{1}{1 - \frac{2GM}{rc^2}} (\delta r)^2 + \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 (\delta t)^2.$$

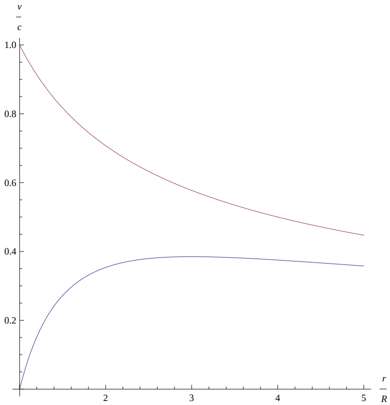
Απαλείφοντας το $\delta \tau$:

$$\upsilon_{\alpha\kappa\iota\nu} = \frac{\delta r}{\delta t} = -c\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)\sqrt{\frac{2GM}{rc^2}}.$$

Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα $\upsilon_{\alpha\kappa\iota\nu}$ **μειώνεται(!)** καθώς το r τείνει προς την τιμή $r = r_H$, αντίθετα με ό,τι θα περίμενε κανείς.
Εξ άλλου, η ταχύτητα $\upsilon_{\alpha\sigma\tau\rho}$ συμπεριφέρεται σύμφωνα με τα όσα ξέρουμε από τον Νεύτωνα:

$$\upsilon_{\alpha\sigma\tau\rho} = \frac{\delta r}{\delta\tau} = \frac{\delta r}{\delta t}\frac{\delta t}{\delta\tau} = -c\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)\sqrt{\frac{2GM}{rc^2}}\frac{1}{\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)} = -\sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Το σχήμα στην επόμενη σελίδα απεικονίζει τις δύο ταχύτητες.

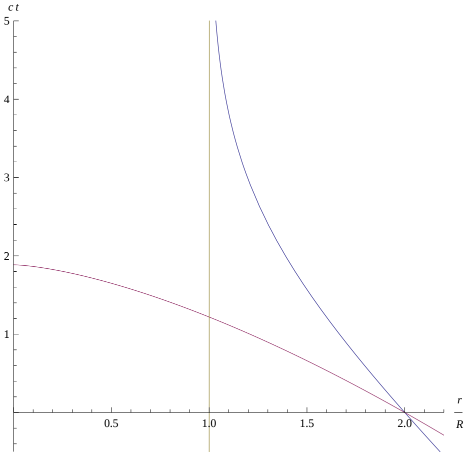

v/c
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
2
3
4
5
r/R

Μπορούμε να υπολογίσουμε το χρόνο που θα περάσει από τη στιγμή που ο αστροναύτης βρίσκεται στη θέση $r = 2r_H$ μέχρι την ιδιομορφία:

$$\upsilon_{\alpha\kappa\iota\nu} = \frac{\delta r}{\delta t} \Rightarrow \delta t = -\frac{\delta r}{\upsilon_{\alpha\kappa\iota\nu}} \Rightarrow t = -\int_{2r_H}^{r_H} \frac{dr}{\upsilon_{\alpha\kappa\iota\nu}}.$$

$$\upsilon_{\alpha\sigma\tau\rho} = \frac{\delta r}{\delta \tau} \Rightarrow \delta \tau = -\frac{\delta r}{\upsilon_{\alpha\sigma\tau\rho}} \Rightarrow \tau = -\int_{2r_H}^{0} \frac{dr}{\upsilon_{\alpha\sigma\tau\rho}}.$$

Τα αποτελέσματα για τους χρόνους απεικονίζονται στο σχήμα της επόμενης σελίδας.


ct
5
4
3
2
1
0.5
1.0
1.5
2.0
r
R

Ο χρόνος που θα απαιτηθεί για να φτάσει ο αστροναύτης στον ορίζοντα είναι, σύμφωνα με τον ακίνητο παρατηρητή, **άπειρος!**
Αντίθετα ο αστροναύτης καταγράφει έναν πολύ μικρό χρόνο (της τάξης του μικροδευτερολέπτου).
Δηλαδή ο αστροναύτης μετρά **πολύ μικρό χρονικό διάστημα** για μια διαδικασία που στα μάτια του εξωτερικού παρατηρητή διαρκεί **μια αιωνιότητα!**

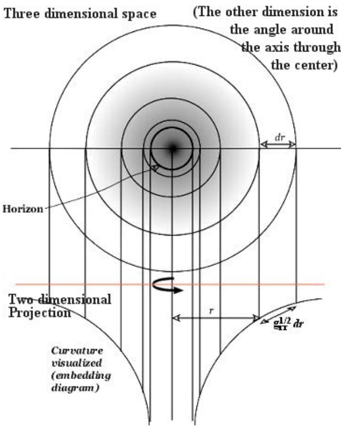
Αφού ο εξωτερικός χρόνος μέχρι τον ορίζοντα είναι η αιωνιότητα (για τον παρατηρητή στο άπειρο), μιά (καθόλου ακριβής, αλλά γοητευτική) διατύπωση θα μπορούσε να είναι ότι η πορεία του κινούμενου από τον ορίζοντα ως την ιδιομορφία γίνεται **μετά το τέλος του χρόνου!**
Εκείνο που συμβαίνει, βέβαια, στην πραγματικότητα, είναι ότι ο συγκεκριμένος παρατηρητής (στο άπειρο) **δεν μπορεί να δει** τη διάβαση μέσα από τον ορίζοντα, γιατί η επιλογή των συντεταγμένων του δεν είναι η κατάλληλη.

Ένας επαρκής τρόπος για να περιγράψει κανείς τις ιδιότητες της σφαιρικής επιφάνειας είναι να δώσει το στοιχείο μήκους. Μέσω της γνώσης του, ένα *δισδιάστατο* ον έχει όλες τις πληροφορίες που του χρειάζονται για να κινηθεί επάνω της. Για παράδειγμα, αν θέλει να υπολογίσει τη βενζίνη που θα του χρειαστεί για να πάει απο την τιμή z_1 στην τιμή z_2 (κατά μήκος ενός μεσημβρινού), θα αξιοποιήσει τον αλγόριθμο $(\delta l)^2 = \frac{1}{1-\frac{z^2}{R^2}}(\delta z)^2$ και θα αθροίσει τα δl. Γι' αυτόν το z είναι απλά μια παράμετρος.

Κάποια στιγμή ένα από τα *δισδιάστατα* όντα ίσως σκεφτεί ότι αυτές οι περίεργες σχέσεις μπορούν να γίνουν διαισθητικά πιο διαφανείς, αν εμβαπτιστεί η δισδιάστατη επιφάνεια της σφαίρας σ' έναν χώρο με μια διάσταση παραπάνω (τρισδιάστατο): τότε η τιμή των δl μπορεί να γίνει κατανοητή στη βάση μιας απλούστερης σχέσης, της $(\delta l)^2 = (\delta x)^2 + (\delta z)^2$, οπου το z αποκτά πια το νόημα της τρίτης διάστασης (αυτής που σε μας φαίνεται προφανής).

Ένας επαρκής τρόπος για να περιγράψει κανείς τις ιδιότητες της σφαιρικής επιφάνειας είναι να δώσει το στοιχείο μήκους. Μέσω της γνώσης του, ένα *δισδιάστατο* ον έχει όλες τις πληροφορίες που του χρειάζονται για να κινηθεί επάνω της. Για παράδειγμα, αν θέλει να υπολογίσει τη βενζίνη που θα του χρειαστεί για να πάει απο την τιμή z_1 στην τιμή z_2 (κατά μήκος ενός μεσημβρινού), θα αξιοποιήσει τον αλγόριθμο $(\delta l)^2 = \frac{1}{1-\frac{z^2}{R^2}}(\delta z)^2$ και θα αθροίσει τα δl. Γι' αυτόν το z είναι απλά μια παράμετρος.

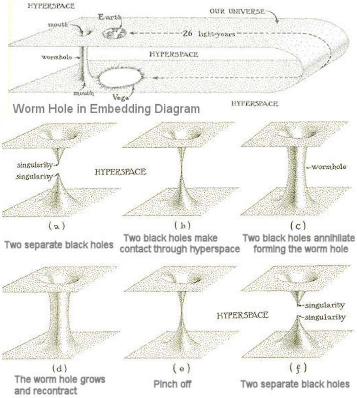
Κάποια στιγμή ένα από τα *δισδιάστατα* όντα ίσως σκεφτεί ότι αυτές οι περίεργες σχέσεις μπορούν να γίνουν διαισθητικά πιο διαφανείς, αν εμβαπτιστεί η δισδιάστατη επιφάνεια της σφαίρας σ' έναν χώρο με μια διάσταση παραπάνω (τρισδιάστατο): τότε η τιμή των δl μπορεί να γίνει κατανοητή στη βάση μιας απλούστερης σχέσης, της $(\delta l)^2 = (\delta x)^2 + (\delta z)^2$, οπου το z αποκτά πια το νόημα της τρίτης διάστασης (αυτής που σε μας φαίνεται προφανής).



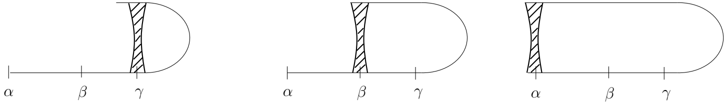
Αυτό το σχήμα λέγεται *διάγραμμα εμβάπτισης* σ' έναν χώρο με μεγαλύτερη διάσταση. Συνήθως σ' αυτά τα σχήματα παγώνει κανείς αρκετές διαστάσεις, ώστε οι λίγες που μένουν να συναποτελούν ενα τρισδιάστατο σχήμα.

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΦΑΝΤΑΣΙΑ :
ΤΑΞΙΔΙΑ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ;

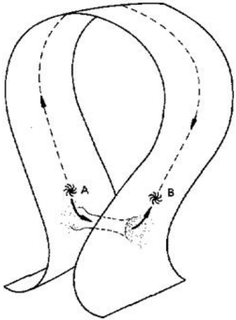
Σκουληκότρυπες: ανακαλύφθηκαν από τον Einstein και τον Rosen, ως λύσεις των εξισώσεων της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας παρόμοιες με τις μαύρες τρύπες. Στο σχήμα φαίνεται το διάγραμμα εμβάπτισης μιας τέτοιας λύσης για διάφορες χρονικές στιγμές.



Πώς τώρα μπορεί μια σκουληκότρυπα να χρησιμοποιηθεί ως χρονομηχανή ; Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα στόμια κινούνται, παρ' όλ' αυτά το μήκος της σκουληκότρυπας παραμένει σταθερό, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο χρόνος ρέει ανεπηρέαστος μέσα στη σκουληκότρυπα. Απο την άλλη ο χρόνος ρέει με διαφορετικό ρυθμό όταν τον μετράει κανείς μέσω του υπόλοιπου σύμπαντος. Αυτό μπορεί να γίνει η αρχή μιας χρονομηχανής.



Έστω ότι ο παρατηρητής Α και το αντίστοιχο στόμιο Α κάνουν, ξεκινώντας τη χρονική στιγμή Τ, μια κλειστή διαδρομή με μεγάλη ταχύτητα σε πολύ μικρό χρόνο (για το ρολόϊ του Α), π.χ. μία ώρα, και επιστρέφουν στη θέση του στομίου Α. Η διαδρομή του Α θα διαρκέσει, για τον Β, δέκα χρόνια (έστω), δηλαδή αν ο Β πάει στο στόμιο Α μέσω του υπόλοιπου σύμπαντος, θα καταγράψει χρόνο Τ+10 χρόνια.

Αν τώρα ο Β επιστρέψει στην αρχική του θέση αλλά μέσω της σκουληκότρυπας, θα πρέπει να επιστρέψει από το χρόνο Τ+10 χρόνια στο χρόνο Τ, αφού ο χρόνος μέσα στη σκουληκότρυπα δεν επηρεάζεται από την κίνηση.
Άρα ο Β μπορεί να μπει στο στόμιο Α και να ταξιδέψει προς το παρελθόν. Εκεί μπορεί να έχει απροσδόκητες συναντήσεις: μπορεί να συναντήσει τον κατά δέκα χρόνια νεώτερο εαυτό του!
Αν μπεί από το στόμιο Β και ταξιδέψει προς το Α μέσω της σκουληκότρυπας, θα μεταφερθεί από τον χρόνο Τ στον χρόνο Τ+10 χρόνια.
Συνοπτικά: **η κατεύθυνση $B \to A$ οδηγεί προς το μέλλον, ενώ η διαδρομή $A \to B$ προς το παρελθόν.**

Ο παρατηρητής **μπορεί**, λοιπόν, να ταξιδέψει δέκα χρόνια (παρά μια ώρα) πίσω στο χρόνο.

Δεν μπορεί, όμως, να ταξιδέψει π.χ. είκοσι χρόνια πίσω, ούτε να βρεθεί, ας πούμε στην Αίγυπτο των Φαραώ. Αυτή η μηχανή του χρόνου μπορεί να τον ταξιδέψει μόνο μέχρι τη χρονολογία που δημιουργήθηκε η ίδια.

Μ' αυτόν τον τρόπο αποφεύγει κανείς τους χρονοτουρίστες από μελλοντικές εποχές (που δεν έχει δει κανείς ως τώρα). Εκτός, βέβαια, αν υπάρχουν κάπου εκεί έξω μηχανές του χρόνου που κάποιος έχει δημιουργήσει πριν δισεκατομμύρια χρόνια...

Ανεξάρτητα από τα παραπάνω, υπάρχουν διάφορες (όχι μόνο τεχνικής φύσης) δυσκολίες στην κατασκευή χρονομηχανών.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

- Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια για όλους τους παρατηρητές.
- Επομένως η χρονική διάρκεια δt *εξαρτάται* από τον παρατηρητή.
- Η μόνη αναλλοίωτη ποσότητα στην ειδική σχετικότητα είναι η: $c^2(\delta t)^2 - (\delta t)^2$.
- Ο παρατηρητής που είναι στο γήινο εργαστήριο *γερνάει* περισσότερο απ' όλους.
- Το ταξίδι προς το *μέλλον* είναι, κατ' αρχήν, εφικτό.
- Το μέρος του σύμπαντος που μπορεί να εξερευνήσει ένας *γρήγορος* αστροναύτης είναι δυνητικά άπειρο.
- Ο χώρος και ο χρόνος *στρεβλώνονται* γύρω από μια **μαύρη τρύπα** Schwarzschild.
- Ο μακρινός παρατηρητής βλέπει τον αστροναύτη που *πέφτει* προς τη μαύρη τρύπα να κινείται πολύ αργά, να μη γερνά και να είναι κοκκινωπός.
- Ο αστροναύτης βλέπει τον εξωτερικό κόσμο να εξελίσσεται πολύ γρήγορα, και να είναι μωβ.
- Τα ταξίδια προς το *παρελθόν* είναι, βέβαια, ανέφικτα, αλλά δεν προσκρούουν μετωπικά σε κάποια φυσική αρχή.

**Είναι αλήθεια ότι καταλαβαίνουμε τον Χρόνο κοιτάζοντας προς τα πίσω.
Όμως, δεν πρέπει να ξεχνάμε να τον βιώνουμε προς τα εμπρός.**

S.Kierkegaard (1813-1855)

ΣΑΣ ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ !

Ευχαριστώ τον Υποψήφιο Διδάκτορα κ. Κ.Ντρέκη για τη βοήθειά του.