Μαθαίνοντας από το σφάλμα ή ζώντας με την αβεβαιότητα

Μουρούζης Παναγιώτης
Φυσικός Ρ/Η, Υπεύθυνος Ε.Κ.Φ.Ε. Κέρκυρας
ekfe1@otenet.gr

Περίληψη

Η μεθοδολογία των Φυσικών Επιστημών βασίζεται στη δημιουργία μαθηματικών μοντέλων. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από ένα μοντέλο συγκρίνονται με τα πειραματικά αποτελέσματα. Για να γίνει, όμως, μία αξιόπιστη σύγκριση μοντέλου-πειράματος, πρέπει να γίνει ο σωστός προσδιορισμός του πειραματικού σφάλματος, αφού ο υπολογισμός του σφάλματος καθορίζει σε μεγάλο βαθμό τα συμπεράσματα που διεξάγονται από το πείραμα. Ενώ, όμως, το σφάλμα παίζει έναν καθοριστικό ρόλο στην επιστήμη, αποτελεί έναν αποδιοπομπαίο τράγο στη Β/θμια Εκπαίδευση. Εκεί το σφάλμα κρύβεται κάτω από το χαλί, αφού αποτελεί ένα βασικό λόγο αποφυγής εκτέλεσης κάποιων πειραμάτων και αντικατάστασης αυτών με προσομοιώσεις οι οποίες είναι απαλλαγμένες από σφάλματα. Οι προσομοιώσεις είναι «άσφαλτες». Αυτήν ακριβώς την αντίφαση, μεταξύ επιστήμης και εκπαίδευσης στη Β/θμια Εκ/ση προσπαθούμε να αναδείξουμε και να γεφυρώσουμε σε αυτή την εργασία.

Λέξεις κλειδιά: μοντέλα, σφάλματα, προσομοιώσεις, πειράματα, συμπεράσματα

Εισαγωγή

Ένας από τους πολλούς λόγους που κάποιος εκπαιδευτικός δεν πραγματοποιεί μία εργαστηριακή δραστηριότητα είναι ο φόβος της αποτυχίας. Μία εργαστηριακή άσκηση μπορεί να έχει ως διδακτικό στόχο την επαλήθευση ενός φυσικού νόμου. Πολλές φορές, όμως, ο στόχος αυτός αποτυγχάνει πλήρως. Τότε ο εκπαιδευτικός αισθάνεται εκτεθειμένος στα μάτια των μαθητών του, αφού μερικές φορές ούτε ο ίδιος μπορεί να προσδιορίσει την αιτία της αποτυχίας.

Αυτό συμβαίνει γιατί στην εκπαιδευτική διαδικασία δεν έχουμε «αγκαλιάσει» το λάθος [6]. Δεν έχουμε συνειδητοποιήσει ότι οι μεγαλύτερες ανακαλύψεις της επιστήμης έγιναν γιατί κάτι πήγε στραβά. Η προς τα πίσω εκτροπή των σωματιδίων α στο πείραμα του Ράδερφορντ, το κάψιμο του φιλμ του Μπεκερέλ, η ανωμαλία της κίνησης του Ερμή, η σταθερότητα της ταχύτητας του φωτός κλπ ήταν μη αναμενόμενα αποτελέσματα από κάποια πειράματα ή παρατηρήσεις. Κάποιος θα μπορούσε να τα αγνοήσει λαμβάνοντάς τα ως απλά λάθη και να μην ασχοληθεί επισταμένως με αυτά.

Επίσης, εμείς οι εκπαιδευτικοί της Β/θμιας Εκ/σης δεν έχουμε αναγνωρίσει την αξία υπολογισμού του σφάλματος σε μία πειραματική δραστηριότητα. Και αυτό γιατί τόσο η εκπαίδευσή μας στη Β/μια όσο και στην Τ/μια εκπαίδευση ήταν ανισομερώς επικεντρωμένη στη μεριά της θεωρίας απαξιώνοντας σε μεγάλο βαθμό το πείραμα.

Η αβεβαιότητα των μετρήσεων και οι διδακτικοί στόχοι

Η αξία προσδιορισμού του σφάλματος σε ένα πείραμα θεωρούμε ότι θα πρέπει να έχει τους παρακάτω διδακτικούς στόχους:

1. Να μάθουν οι μαθητές μας ότι όσο πιο μεγάλο το μέγεθος που μετράμε σε σχέση με το μέτρο που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση αυτού του μεγέθους, τόσο μικρότερο το σφάλμα της μέτρησης. Έτσι, σε οποιαδήποτε μέτρηση θα μπορούν να έχουν μία εικόνα της ακρίβειας της μέτρησης συγκρίνοντας το μέτρο που χρησιμοποιείται σε σχέση με το μέγεθος που μετριέται.
2. Να μάθουν πώς μπορούν να προσδιορίσουν το σφάλμα μιας μέτρησης και πώς να γράφουν σωστά ένα πειραματικό αποτέλεσμα. Αν, για παράδειγμα, διαθέτουμε ένα ρολόι κουζίνας το οποίο έχει ακρίβεια μέτρησης 1s και μετρήσουμε 10 περιόδους ενός εκκρεμούς και βρούμε ότι διαρκούν 16s, αυτό που συμπεραίνουμε είναι ότι οι 10 περίοδοι θα έχουν διάρκεια από 15 έως 17 s, άρα το πειραματικό αποτέλεσμα θα πρέπει να γραφτεί ως εξής: $10T=16\pm1$ s.
3. Να μάθουν για τη σωστή γραφή των δεκαδικών και των σημαντικών ψηφίων, ώστε να γράφουν σωστά τα πειραματικά δεδομένα. Η μη σωστή γραφή των πειραματικών δεδομένων μπορεί να οδηγήσει σε λάθος συμπεράσματα.
4. Να μάθουν οι μαθητές μας ότι η φυσική βασίζεται σε μαθηματικά μοντέλα τα οποία ποτέ δεν είναι απόλυτα αληθή. Αποτελούν πάντα μία προσέγγιση της φυσικής πραγματικότητας.

Αυτή η διαπίστωση αναφέρεται:

Αφενός σε κάποιο μοντέλο στα πλαίσια ενός συγκεκριμένου θεωρητικού σχήματος, όπως, π.χ, της κλασικής φυσικής. Έτσι, αν εξετάζουμε την πτώση ενός σώματος μέσα στα πλαίσια της κλασικής θεωρίας μπορούμε σε πρώτη προσέγγιση να θεωρήσουμε ότι στο σώμα ασκείται μόνο το βάρος του, σε μία ακόμη καλύτερη προσέγγιση να λάβουμε υπόψη την αντίσταση του αέρα στην απλή μορφή της που δίνεται από το νόμο του Stokes ή ακόμη να λάβουμε υπόψη επιπλέον την φυγόκεντρη και την Coriolis δύναμη κ.ο.κ.

Αφετέρου σε αλλαγή του γενικότερου θεωρητικού σχήματος μεταβαίνοντας π.χ. από την κλασική φυσική στη γενική θεωρία σχετικότητας, ώστε να έχουμε ακόμη πιο ακριβή αποτελέσματα.

5. Να μάθουν ότι για τη δημιουργία ενός κατασκευάσματος, όπου πλέον η επιστήμη οδηγεί στην τεχνολογία, χρησιμοποιούμε το μοντέλο που μας βολεύει στη συγκεκριμένη κατασκευή και όχι αυτό που είναι πιο ακριβές. Στόχος είναι το κατασκεύασμα να είναι λειτουργικό και οικονομικό. Έτσι, δε θα επιχειρούσαμε ποτέ να κτίσουμε ένα κτήριο βασιζόμενοι στις εξισώσεις της ειδικής ή της γενικής σχετικότητας.
6. Να μάθουν οι μαθητές ότι στην επιστήμη υιοθετούμε πάντα το μοντέλο το οποίο συμφωνεί με τα πειραματικά μας δεδομένα. Έτσι, αν η πειραματική μας διάταξη για τη μελέτη ενός

μαθηματικού εκκρεμούς δεν μπορεί να εντοπίσει διαφορές στην περίοδο για πλάτη ταλάντωσης τουλάχιστον μέχρι τις 40^0 θα πρέπει να δεχτούμε ότι η περίοδος της ταλάντωσης είναι ανεξάρτητη του πλάτους ταλάντωσης τουλάχιστον για το εύρος των γωνιών που εκτελέσαμε το πείραμα. Αν ελαττώσουμε τα πειραματικά σφάλματα, τότε μπορεί να καταλήξουμε σε διαφορετικά αποτελέσματα τα οποία να μη συμφωνούν με το μοντέλο μας. Έτσι, για παράδειγμα, αν μετρήσουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια την περίοδο ενός μαθηματικού εκκρεμούς, θα διαπιστώσουμε ότι υπάρχει εξάρτηση της περιόδου από το πλάτος της ταλάντωσης. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να αλλάξουμε το μοντέλο μας λαμβάνοντας υπόψη παράγοντες που μέχρι τώρα τους είχαμε αγνοήσει.
Αν μέσα στα θεωρητικά πλαίσια μιας θεωρίας, π.χ. της κλασικής μηχανικής, δεν μπορούμε να βρούμε κανένα μαθηματικό μοντέλο που να συνάδει με τα πειραματικά αποτελέσματα λαμβάνοντας υπόψη το σφάλμα του πειράματος, τότε δημιουργείται κατά Κουν μία «αδυναμία». Η συσσώρευση πολλών αδυναμιών σε κάποιο θεωρητικό πλαίσιο («παράδειγμα» κατά Κουν) μπορεί να προκαλέσει την κατάρρευση όλου του θεωρητικού οικοδομήματος. Τότε πραγματοποιείται «μία αλλαγή του παραδείγματος» (Kuhn, 1981)[3]. Το νέο παράδειγμα για να υιοθετηθεί θα πρέπει να μπορεί να ερμηνεύσει τόσο το συγκεκριμένο πείραμα το οποίο είχαμε αδυναμία να ερμηνεύσουμε, όσο και όλα τα πειράματα που ερμήνευε το παλιό θεωρητικό πλαίσιο. Με άλλα λόγια όσο μικραίνουν τα σφάλματα ενός πειράματος, τόσο οι θεωρίες μας γίνονται πιο πολύπλοκες και ακόμη χειρότερα μερικές φορές πρέπει να τις αλλάξουμε ριζικά. Π.χ. για την ερμηνεία της κίνησης του πλανήτη Ερμή, χρειάστηκε να αλλάξουμε όλο το θεωρητικό πλαίσιο μέσα από το οποίο διαμορφώνουμε το μαθηματικό μας μοντέλο και να πάμε από την κλασική φυσική στη γενική θεωρία σχετικότητας. Στο νέο αυτό πλαίσιο της γενικής θεωρίας σχετικότητας, όπως και σε οποιοδήποτε νέο πλαίσιο, δημιουργούνται και νέες προβλέψεις-φαινόμενα. Έτσι, στα πλαίσια της γενικής θεωρίας σχετικότητας ερμηνεύσαμε την αποπλάνηση των αστέρων κοντά στον ηλιακό δίσκο, όπως παρατηρείται κατά τη διάρκεια μιας ολικής έκλειψης. Το πείραμα του Michelson – Morley ερμηνεύτηκε στα πλαίσια της ειδικής θεωρίας σχετικότητας, ενώ με τη μέτρηση της μάζας του νετρίνο χρειάστηκε να αλλάξουμε το καθιερωμένο πρότυπο.
7. Να μάθουν οι μαθητές ότι στη μελέτη της φύσης εκτός από το να προσπαθούμε να βρούμε την εξάρτηση διαφόρων φυσικών μεγεθών, πολύ σημαντικό είναι και να ανακαλύπτουμε φυσικά μεγέθη τα οποία δε μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια ενός φαινομένου-πειράματος. Η ανακάλυψη αυτών των σταθερών μεγεθών, οδηγεί ενίοτε σε ανακάλυψη αρχών διατήρησης με πολύ μεγαλύτερο εύρος εφαρμογών από ότι οι νόμοι που συσχετίζουν κάποια φυσικά μεγέθη. Οι αρχές διατήρησης της ενέργειας, ορμής, στροφορμής, ηλεκτρικού φορτίου, μάζας κ.λπ. είναι μερικά παραδείγματα τέτοιου είδους.

Η σημασία προσδιορισμού πειραματικών σφαλμάτων στην πράξη

Το πρώτο παράδειγμα
Αναφέρεται στη μέτρηση πυκνότητας πλαστελίνης.

Τόσο ο παλιός όσο και ο νέος εργαστηριακός οδηγός τής Β΄ Γυμνασίου [1] που αναφέρονται σε αυτό το πείραμα, κατευθύνουν τους μαθητές να φτιάξουν δύο σφαιρικά μπαλάκια από πλαστελίνη και να μετρήσουν τον όγκο και τη μάζα τους, ώστε να διαπιστώσουν στη συνέχεια ότι μολονότι ο όγκος και η μάζα είναι διαφορετικά, η πυκνότητα είναι η ίδια. Η εκτέλεση της άσκησης θα οδηγήσει τους μαθητές σε αποτυχία και απογοήτευση, αφού το σφαιρικό μπαλάκι για να χωρέσει στο δοκιμαστικό σωλήνα θα πρέπει να έχει έναν όγκο που είναι λίγο μεγαλύτερος από το σφάλμα μέτρησης του ογκομετρικού σωλήνα που είναι το 1mL. Αν, όμως, φτιάχναμε έναν μεγάλο στενόμακρο κύλινδρο από πλαστελίνη έτσι, ώστε ο όγκος της πλαστελίνης να ήταν αρκετά μεγαλύτερος από το 1mL τότε το σφάλμα μέτρησης του όγκου θα ήταν πολύ μικρότερο και το πείραμα θα στεφόταν με επιτυχία. Άρα, για να έχουμε μικρό σφάλμα μέτρησης θα πρέπει αυτό που μετράμε να είναι αρκετά μεγαλύτερο από την ακρίβεια του οργάνου που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση.

Εκτός αυτού, σε κάθε μέτρηση μεγάλο ρόλο παίζει το να γνωρίζουμε την ακρίβεια με την οποία μετράμε και να τη λαμβάνουμε υπόψη στη γραφή των αποτελεσμάτων. Γιατί η έλλειψη αυτής της γνώσης μπορεί να οδηγήσει σε λάθος συμπεράσματα. Ας πούμε ότι στο παραπάνω πείραμα μετρήσαμε τη μάζα και τον όγκο από ορισμένες ποσότητες πλαστελίνης με σκοπό να υπολογίσουμε την πυκνότητα της. Οι μετρήσεις που πήραμε δίνονται από τον παρακάτω πίνακα.

	Μάζα (g)	Όγκος (cm^3)	Πυκνότητα (g/cm^3)
1	23,7	11	2,1545
2	32,4	15,1	2,16
3	39,2	18,2	2,1777
4	45,71	21	2,1809
5	53	24	2,208

Από τις παραπάνω μετρήσεις ένας μαθητής λογικά θα έβγαζε το συμπέρασμα ότι η πυκνότητα της πλαστελίνης αυξάνεται όσο αυξάνεται η μάζα ή ο όγκος της πλαστελίνης. Γιατί, όμως, αυτό το συμπέρασμα είναι λάθος; Γιατί δεν έγραψε σωστά τα πειραματικά δεδομένα της μάζας και του όγκου και δεν υπολόγισε σωστά την πυκνότητα, αφού δεν έλαβε υπόψη του τα σημαντικά ψηφία. Εδώ θα πρέπει να μιλήσουμε λίγο για τα σημαντικά ψηφία[10].[11].12].

[Σημαντικά είναι τα ψηφία ενός δεκαδικού αριθμού, αν δε λάβουμε υπόψη τα αριστερά μηδενικά από το ψηφίο που είναι διάφορο του μηδενός και λάβουμε, όμως, υπόψη τα δεξιά μηδενικά είτε αυτά βρίσκονται πριν είτε μετά την υποδιαστολή. Παραδείγματα:

3,16	3 σημαντικά ψηφία
0,002	1 σημαντικό ψηφίο
2,300	4 σημαντικά ψηφία
2,30	3 σημαντικά ψηφία
0,1	1 σημαντικό ψηφίο

1ος ΚΑΝΟΝΑΣ

Η μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους με το ίδιο όργανο έχει πάντα τον ίδιο αριθμό δεκαδικών ψηφίων τα οποία και θα πρέπει να αναγράφονται, αφού καθορίζουν και την ακρίβεια της μέτρησης.

2ος ΚΑΝΟΝΑΣ

Μετά από έναν πολλαπλασιασμό ή μια διαίρεση δύο φυσικών μεγεθών κρατάμε τόσα σημαντικά ψηφία όσα είναι τα λιγότερα των δύο αριθμών που πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε. Όταν όμως προσθέτουμε ή αφαιρούμε δύο φυσικά μεγέθη κρατάμε τα λιγότερα δεκαδικά ψηφία και όχι τα λιγότερα σημαντικά.

Λαμβάνοντας υπόψη τους δύο παραπάνω κανόνες διαπιστώνουμε ότι οι μετρήσεις δεν είναι σωστά γραμμένες. Αν θέλουμε να τις διορθώσουμε θα πρέπει να γράψουμε τις δύο πρώτες στήλες με τον ίδιο αριθμό δεκαδικών ψηφίων και την τρίτη στήλη να την γράψουμε με δύο σημαντικά ψηφία, αφού είναι τα μικρότερα ανάμεσα στη μάζα και τον όγκο.

	Μάζα (g)	Όγκος (cm^3)	Πυκνότητα (g/cm^3)
1	23,7	11	2,2
2	32,4	15	2,2
3	39,2	18	2,2
4	45,7	21	2,2
5	53,0	24	2,2

Μετά τη σωστή αναγραφή του πίνακα μετρήσεων παρατηρούμε ότι το συμπέρασμα που διεξάγεται από τις παραπάνω μετρήσεις είναι ότι η πυκνότητα της πλαστελίνης είναι σταθερή και ανεξάρτητη της μάζας της και του όγκου της.][1]

Το δεύτερο παράδειγμα
Αναφέρεται στην εξάρτηση της περιόδου ενός μαθηματικού εκκρεμούς σταθερού μήκους και μάζας από το πλάτος ταλάντωσης.

Μία παράμετρος που στα σχολεία μας περνάει συνήθως απαρατήρητη. Απλά λέμε στους μαθητές να εκτρέπουν το εκκρεμές για μικρές γωνίες της τάξης των 3-5 μοιρών. Η άσκηση πραγματοποιήθηκε σε τρεις διαφορετικές εκδοχές με τρεις διαφορετικές συσκευές μέτρησης της περιόδου. Με:

Α) Χρονόμετρο κουζίνας με ακρίβεια 1s

Β) Ηλεκτρονικό χρονόμετρο (π.χ. κινητού τηλεφώνου)

Γ) Χρονομετρητή με φωτοπύλες

Αυτό το κάναμε για να αναδείξουμε το γεγονός ότι για την κάθε εκδοχή καταλήγουμε και σε διαφορετικά συμπεράσματα. Πιο συγκεκριμένα:

Διαπιστώσαμε (παράρτημα) ότι στην πρώτη εκδοχή χρησιμοποιώντας χρονόμετρο κουζίνας με ακρίβεια του 1s καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η περίοδος είναι σταθερή για γωνίες εκτροπής μέχρι 45^0 (!), όπως προβλέπεται από τον τύπο:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (1)$$

Χρησιμοποιώντας χρονόμετρο χειρός διαπιστώσαμε (παράρτημα) ότι αρχίζουμε οριακά να υποψιαζόμαστε ότι μπορεί να υπάρχει εξάρτηση της περιόδου από το πλάτος ταλάντωσης.

Τέλος, με τη χρήση φωτοπυλών διαπιστώσαμε (παράρτημα) ότι η αύξηση της αρχικής γωνίας εκτροπής οδηγεί και σε αύξηση της περιόδου. Ένα μοντέλο που ισχύει σε αυτή την περίπτωση από 0^0 έως 40^0 και βρίσκεται σε συμφωνία με το πείραμα είναι το [9]:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\cdot[1+\frac{1}{4}\eta\mu^2(\frac{\theta}{2})] \qquad (2)$$

Συμπεράσματα

Από την παραπάνω εργασία προκύπτουν τα παρακάτω συμπεράσματα:

- Οι φυσικές επιστήμες δεν εμπεριέχουν καμία απόλυτη αλήθεια. Εμπεριέχουν, όμως, το σφάλμα. Από την εκτίμηση του σφάλματος διεξάγονται και τα σωστά συμπεράσματα. [11],[12]
- Η ελάττωση του σφάλματος σε μία πειραματική διάταξη βάζει σε δοκιμασία το μαθηματικό μοντέλο, το οποίο πολλές φορές πρέπει να βελτιωθεί, ώστε να καλύπτει τα νέα πειραματικά αποτελέσματα που προκύπτουν από την ελάττωση του σφάλματος.

[1] Αναφορά 9

- Αν το μοντέλο δεν μπορεί να βελτιωθεί, τότε δημιουργείται μία κρίση. Μία συσσώρευση κρίσεων μπορεί να προκαλέσει την αλλαγή όλου του θεωρητικού πλαισίου (αλλαγή «παραδείγματος» κατά Kuhn).
- Η αλλαγή του πλαισίου προβλέπει και νέα φαινόμενα, οπότε προκαλεί νέες πειραματικές προκλήσεις.
- Η ανάπτυξη των φυσικών επιστημών πολλές φορές συντελείται όχι με το σχεδιασμό νέων πειραμάτων, αλλά με την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων στα είδη γνωστά πειράματα.
- Τα πειραματικά σφάλματα μελετώνται μόνο σε πραγματικά και όχι σε εικονικά εργαστήρια προσομοιώσεων.
- Για όλους τους παραπάνω λόγους ο προσδιορισμός των σφαλμάτων σε κάποιο πείραμα, είναι βασικό στοιχείο των φυσικών επιστημών και γι' αυτό θα πρέπει να μετασχηματιστεί και να ενταχθεί στην εκπαιδευτική διαδικασία της Β/θμας Εκ/σης.

Αναφορές

1. Ν. Αντωνίου – Π. Δημητριάδης – Κ. Καμπούρης – Κ. Παπαμιχάλης – Λ. Παπατσίμπα *Εργαστηριακός Οδηγός Β' Γυμνασίου*. Αθήνα ΟΕΔΒ
2. ΕΜΠ, Τομέας Φυσικής, ΣΕΜΦΕ, *Εργαστηριακές Ασκήσεις Φυσικής* τόμος Ι, Αθήνα 2010: Εκδόσεις Συμμετρία
3. Kuhn T, (1981). *Η δομή των επιστημονικών επαναστάσεων*. Αθήνα: Σύγχρονα Θέματα.
4. H.D. Young *Πανεπιστημιακή Φυσική Τόμος Α*. Αθήνα 1999
5. Μουρούζης Παναγιώτης, *Ένας μικρός Εργαστηριακός Οδηγός*. Κέρκυρα 1999
6. Μουρούζης Παναγιώτης *Γ΄αποτυχημένα πειράματα* Πάτρα 2010: Πρακτικά 13ου Πανελληνίου Συνεδρίου Φυσικής
7. Δικτυακός τόπος https://www.materials.uoc.gr/el/undergrad/courses/ETY203/askiseis/Simple_Natural_pendulum.pdf 11-11-2015 Πανεπιστήμιο Κρήτης
8. Δικτυακός τόπος http://dide.ker.sch.gr/ekfe/epiloges/6_artra/diafora_epistimoarthra.html (άρθρο 63) 5-1-2016 Ε.Κ.Φ.Ε Κέρκυρας
9. Δικτυακός τόπος http://physicsgg.me/2011/07/05/ 15-10-15
10. Δικτυακός τόπος: http://users.auth.gr/paloura/8EWRIA%20SFALMATWN_2010_2PGS.pdf 15-10-15
11. Δικτυακός τόπος: http://physlab.phys.uoa.gr/misc/errors/errors.pdf 15-10-15
12. Δικτυακός τόπος: https://semfe.gr/files/users/1154/uevria_sfalmatos-tei_auhnas.pdf 15-10-15

Παράρτημα

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: **ΜΕΛΕΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ**

Ονοματεπώνυμα ομάδας μαθητών:

1) --
2) --
3) --

Υλικά που απαιτούνται:

- Βάση στήριξης
- Ράβδος μεγάλη, ράβδος μικρή και ταυ
- Εκκρεμές από νήμα και βαρίδι ψαρέματος ή οποιοδήποτε σώμα μικρών διαστάσεων
- Μοιρογνωμόνιο
- Χρονόμετρο κουζίνας 1s ή τηλέφωνο smart-phone με χρονομετρητή ή χρήση φωτοπυλών

Λήψη μετρήσεων:

Με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου εκτρέψτε το εκκρεμές κατά 5^0 και αφήνοντάς το ενεργοποιήστε ταυτόχρονα το χρονόμετρο. Μετρήστε 10 πλήρεις ταλαντώσεις του εκκρεμούς και συμπληρώστε τις μετρήσεις στον πίνακα.

Επαναλάβετε το ίδιο ακριβώς πείραμα 4 ακόμη φορές.

Αλλάξτε τη γωνία εκτροπής περίπου στις 30^0 ή 40^0 και επαναλάβετε όλη τη διαδικασία.

Με τις μετρήσεις που έχετε πάρει θα πρέπει να έχετε συμπληρώσει όλα τα λευκά κελιά του παρακάτω πίνακα.

α/α	10 T (s) με εκτροπή 2-3 μοιρών	10 T (s) με εκτροπή 30 μοιρών
1		
2		
3		
4		
5		
Μ/Ο		

Επεξεργασία δεδομένων:

- Προσδιορίστε το σφάλμα μέτρησης για την κάθε εκτροπή και γράψτε το χρόνο περιόδου για την κάθε εκτροπή μαζί με το σφάλμα μέτρησης.

- Τι συμπεραίνετε από τις παραπάνω μετρήσεις; Η περίοδος μεταβάλλεται με την αύξηση της εκτροπής;
  - ☐ ΝΑΙ
  - ☐ ΟΧΙ
  - ☐ ΝΑΙ (Στα πλαίσια της ακρίβειας της πειραματικής μας διάταξης)
  - ☐ ΟΧΙ (Στα πλαίσια της ακρίβειας της πειραματικής μας διάταξης)

- Γιατί μετρήσατε 10 περιόδους και όχι μία; Αν μετρούσατε 20 περιόδους θα αυξανόταν η ακρίβεια του πειράματος;

- Ένα μαθηματικό εκκρεμές που εκτελεί μία φθίνουσα ταλάντωση μπορεί, κατά τη γνώμη σας, να χρησιμοποιηθεί ως ένα ρολόι, π.χ. για να μετρήσει το χρόνο που διαρκεί το μάθημα της φυσικής;

- Μετρήστε το μήκος του εκκρεμούς και βρείτε θεωρητικά την περίοδο του εκκρεμούς από τη σχέση:

  $$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

  Βρείτε την απόκλιση μεταξύ θεωρητικής και πειραματικής τιμής της περιόδου.

- Χρησιμοποιώντας την παραπάνω σχέση και από τις τιμές μέτρησης του T και του L υπολογίστε την τιμή του g με το αντίστοιχο σφάλμα μέτρησης.

Ενδεικτικές μετρήσεις :

Το μήκος του εκκρεμούς μετρήθηκε L=64,0 cm

Α) Με τη χρήση χρονομετρητή κουζίνας ακρίβειας 1s

α/α	10 T (s) με εκτροπή $2\text{-}3^0$	10 T (s) με εκτροπή 30^0
1	16	16
2	16	16
3	16	16
4	16	16
5	16	16
Μ/Ο	16	16

Άρα 10Τ=16±1 s αφού η ακρίβεια του ψηφιακού οργάνου είναι 1s. Οπότε Τ=1,6±0,1 s και για τις δύο γωνίες εκτροπής

Το σφάλμα μέτρησης είναι 6%

Με αυτό το σφάλμα μέτρησης προκύπτει ότι η περίοδος του εκκρεμούς μέχρι τουλάχιστον τις 30^0 είναι σταθερή. Ωστόσο, αυτό που μαθαίνουμε στο σχολείο και που γράφουν τα περισσότερα βιβλία είναι ότι για να παραμένει σταθερή η περίοδος θα πρέπει η γωνία εκτροπής να μην ξεπερνά τις 3^0-5^0.

Μετρώντας μία μόνο περίοδο ο χρόνος θα προέκυπτε 1,5 s, ενώ τώρα τον βρήκαμε 1,6 s. Θα είχαμε, δηλαδή, ένα σφάλμα πολύ μεγαλύτερο από αυτό που προσδιορίσαμε μετρώντας 10 περιόδους. Άρα, όσο περισσότερες περιόδους μετράμε, τόσο μικρότερο το σφάλμα μέτρησης, αρκεί να μην αλλάζει αισθητά ο χρόνος της περιόδου. Αυτό που συμπεραίνουμε από αυτή την παρατήρηση είναι ότι το θεωρητικό μας πλαίσιο είναι πάντα σε στενή σχέση με την πειραματική διαδικασία.

Η περίοδος που δίνεται από τη σχέση (1) θεωρητικά προκύπτει ίση με Τ(θεωρ)=1,6s, ίση ακριβώς με την πειραματική τιμή που προσδιορίσαμε. Άρα, στα πλαίσια της ακρίβειας της πειραματικής μας διάταξης το μοντέλο της σχέσης (1) ισχύει πάρα πολύ καλά τουλάχιστον για εκτροπή ως 30^0 που ελέγξαμε.

Η τιμή του g από τη σχέση (1) προκύπτει ίση με g=9,86m/s2. Η γραφή αυτή, όμως, είναι λάθος αφού η μέτρηση της περιόδου έγινε με ακρίβεια 2 σημαντικών ψηφίων (Τ=1,6s), ενώ του μήκους με 3 σημαντικά ψηφία (L=0,640m). Συνεπώς, το g θα πρέπει να γραφτεί με δύο σημαντικά ψηφία, που είναι τα μικρότερα σε αριθμό από τα μεγέθη που εμπλέκονται για τον υπολογισμό της. Κι αυτό γιατί η τιμή της g προκύπτει μετά από πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις μεταξύ Τ και L.

Άρα g=9,9±0,1 m/s2.

Β) Με τη χρήση χρονόμετρου από smart-phone

α/α	10 T (s) με εκτροπή $2\text{-}3^0$	10 T (s) με εκτροπή 30^0
1	16,21	16,12
2	15,97	16,27
3	15,98	16,15
4	16,14	16,34
5	15,93	16,35
Μ/Ο	16,05	16,25

Λαμβάνοντας υπόψη ότι το σφάλμα των μετρήσεων δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από την απόκλιση των μετρήσεων που δίνεται από τη σχέση (max-min)/2 μπορούμε χωρίς μεγάλο λάθος να ταυτίσουμε την απόκλιση των μετρήσεών μας με το σφάλμα μέτρησης.

Έτσι για την απόκλιση 2-3 μοιρών 10T=16,1±0,1 s

Για την απόκλιση 30 μοιρών 10T=16,2±0,1 s

Παρατηρούμε ότι στα πλαίσια του πειραματικού σφάλματος που έχουμε αν πάρουμε τις μετρήσεις μας με κινητό, οριακά μπορούμε να αποφανθούμε ότι η περίοδος παραμένει σταθερή μέχρι τις 30^0 με την υποψία, όμως, ότι αν είχαμε μεγαλύτερη ακρίβεια στις μετρήσεις μας ίσως να διαπιστώναμε μία αύξηση της περιόδου με την αύξηση του πλάτους ταλάντωσης.

Γ) Με τη χρήση φωτοπυλών

α/α	T (s) με εκτροπή $3\text{-}5^0$	T (s) με εκτροπή 30^0
1	1.612	1,642
2	1.612	1,641
3	1.612	1,639
4	1.612	1,638
5	1.612	1,637
Μ/Ο	1,612±0,001	1,639±0,002

Παρατηρούμε ότι με αυτή την πειραματική ακρίβεια διαπιστώνεται ότι η περίοδος του εκκρεμούς αυξάνεται με την αύξηση της εκτροπής του χωρίς καμία αμφιβολία επ' αυτού. Συγκρίνοντας τα δύο μαθηματικά μοντέλα των σχέσεων (1) και (2) παρατηρούμε ότι πιο κοντά στα πειραματικά δεδομένα είναι το δεύτερο μοντέλο το οποίο και θα πρέπει να υιοθετήσουμε.

Προτάσεις

Όπως προκύπτει από τις παραπάνω μετρήσεις, ανάλογα με την ακρίβεια του οργάνου που θα χρησιμοποιήσουμε για τη μέτρηση του χρόνου, καταλήγουμε και σε διαφορετικά συμπεράσματα

Για το Γυμνάσιο προτείνουμε τη χρήση χρονόμετρου κουζίνας, αφού ο διδακτικός μας στόχος είναι η ανακάλυψη ότι η περίοδος του εκκρεμούς είναι ανεξάρτητη του πλάτους ταλάντωση ακόμη και για μεγάλα πλάτη ταλάντωσης.

Για το Λύκειο στην περίπτωση που επανέλθουμε στο κανονικό πρόγραμμα σπουδών, προτείνουμε τη χρήση των φωτοπυλών που διατίθενται στα 1100 εργαστήρια ΕΠΕΑΕΚ με διδακτικό στόχο την εύρεση εξάρτησης της περιόδου από το πλάτος ταλάντωσης για μεγάλα πλάτη και την ανάγκη επιλογής του μαθηματικού μοντέλου που συνάδει με τα πειραματικά δεδομένα.